



3101055239835

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

В И Н О Г Р А Д О В

Имя

А Н Д Р Е Й

Отчество

Д Е Н И С О В И Ч

Дата рождения

06 06 2008

Город участия

К Р А С Н О Я Р С К

Аудитория

317

Дата

02 02 2026

Подпись

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101055239835

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия К Р А С Н О Я Р С К

Заполняется организаторами

Количество доп листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

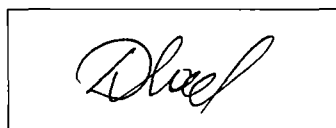
Протокол проверки

Заполняется жюри

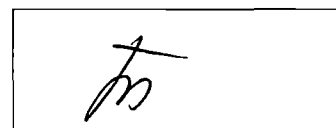
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	—	20	—	—					
Балл члена жюри №2	20	—	20	—	—					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Тк заданы 2 аргумента функции равны

Сравнивание на пары

1-й столбец

2-й столбец

8 - столбец

$$1 \quad f(12) - f(21), f(13) - f(31), \dots, f(19) - f(91)$$

$$2 \quad f(23) - f(32), f(24) - f(42), \dots, f(29) - f(92)$$

$$3 \quad f(34) - f(43), f(35) - f(53), \dots, f(39) - f(93)$$

$$8 \quad f(89) - f(98)$$

С каждой строки вычитаем
каждое из 8 пар чисел
се на 1, 7 к убавляются функции,
пары к которым были перебраны в
предыдущих строках
К тому же нет пар вида $f(00) - f(00)$

$$\text{Итого чисел } (8 + 7 + \dots + 1) \cdot 2 = 42, \text{ пар чисел } 36$$

Чтобы вычислить сумму каждой пары чисел проще

$$\text{к паре в тройку возьмем число } f(0a) = f(0c)$$

Например $f(12), f(12), f(21)$ в таком случае 2-й множитель

$$\text{в произведении } f(0b) \cdot f(0c) \cdot f(0a) \text{ определится однозначно, он равен } b=c$$

а не просто разности. А значит из того, что мы доказали ранее (произведение
каждого из значений каждого из множителей, если один из них определен)

$$\text{Отсюда получаем, что } f(0b) + f(0c) = a + b = a + c \quad \checkmark \text{ Тк } a \text{ и } c \text{ различны, то}$$

форму значений $f(m)$ в которой паре мы можем определить однозначно

$$f(12) + f(21) = 2 + 1 = 3; \quad f(13) + f(31) = 4; \quad \dots, \quad f(89) + f(98) = 8 + 9 = 17$$

В итоге (которым мы хотим вычислить сумму каждой пары чисел) формула в паре увеличивается
на 1 для каждой пары и на 2 для каждой строки.

В итоге S_i - сумма чисел в i -м столбце

$$S_1 = \frac{(8 + 17) \cdot 8}{2} = 80, \quad S_2 = \frac{(4 + 16) \cdot 4}{2} = 40, \quad S_3 = \frac{(5 + 15) \cdot 6}{2} = 60, \quad S_4 = \frac{(6 + 14) \cdot 5}{2} = 50$$

$$= 50, \quad S_5 = \frac{(7 + 13) \cdot 4}{2} = 40, \quad S_6 = \frac{(8 + 12) \cdot 3}{2} = 30, \quad S_7 = \frac{(9 + 11) \cdot 2}{2} = 20, \quad S_8 = 10$$

Итого сумма чисел $S_1 + S_2 + \dots + S_8 = 400$

Бланк ответов

Линия отреза

N1 $a, b, c \neq 0$ $f(\overline{xy}) = x$ или $f(\overline{xy}) = y$, где x, y - различные цифры

$$f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = abc$$

Найти $f(171) + f(179) + f(121) + f(129) + f(191) + f(199)$?

Реш-е:

Рассмотрим какие значения могут принимать $f(\overline{ab}), f(\overline{bc}), f(\overline{ca})$
Рассмотрим случаи

1) Если $f(\overline{ab}) = a$, тогда $f(\overline{ca}) = c$ - обязательно, т.к. если $f(\overline{ca}) = a$, то $f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = a^2 b$, будучи еще это возможно не всегда, поэтому $f(\overline{ca}) = c$, если же они будут равны ($a = c$), то произведение не изменится. В этом случае $f(\overline{bc})$ определяется однозначно и $f(\overline{bc}) = b$ по тем же соображениям. Итого получим $f(\overline{ab}) = a, f(\overline{bc}) = b, f(\overline{ca}) = c$

2) Если $f(\overline{ab}) = b$, тогда $f(\overline{bc}) \neq b$, иначе $f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = b^2 c$ будучи множителем b не содержится (Посмотрим картину аналогично или $= b^2 a$, т.к.

3) случая, откуда $f(\overline{ab}) = b, f(\overline{bc}) = c$ и тогда $f(\overline{ca}) = a$, чтобы условие на произведение выполнялось и равно abc

Итого $f(\overline{ab}) = b, f(\overline{bc}) = c, f(\overline{ca}) = a$

Можем сделать вывод, что при любых случаях суммы $f(\overline{ab}) + f(\overline{bc}) + f(\overline{ca}) = a + b + c$ При этом других случаев не существует, т.к.

Если определено $f(\overline{ab})$, то остальные функции определяются однозначно (точнее значения этих функций)

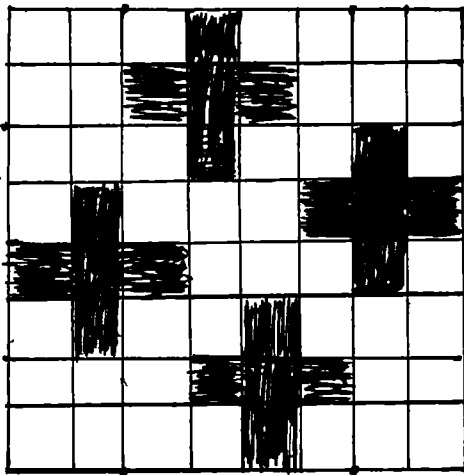
А значения, которые может принимать $f(\overline{ab})$ всего 2 по условию.

Нарисуем все функции из суммы на картах, за исключением $f(171), f(121), f(191)$, т.к. их суммы будут равны $1+2+...+9 = 45$

Итого сумма равна $S_1 + S_2 + \dots + S_9 + 45 = 80 + 40 + \dots + 20 + 45 = 90 + 45 = 135$
 $= 405$ Отв 405 ~~✗~~ ~~✗~~

N 3

Пример
на 4



Наши кресты = 4 — Отв 4

Дополним это

Заменяем кресты на квадраты 3×3 .

Если дополним для них, то дополним и ряд крестов, т.к. квадраты занимают больше клеток и сами по себе содержат крест

Вспомогательная таблица раскраски ману, как показано на рисунке раскраска квадратами 3×3  начинаем с левого верхнего угла и не касаемся друг на друга

1	2	3	7	2	3	7	2
4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	7	2	3	7	2
4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	7	2	3	7	2
4	5	6	4	5	6	4	5

Замечим, что цифра 9 встречается ровно 4 раза

При этом один квадрат 3×3 мы не можем покрыть 2 клетки с цифрой 9

Аналогично с цифрами 7, 8, 3, 6

При этом цифр 1, 2, 5, 4, 5, 7, 8 по две

Больше 1 и заметим, что каждая цифра 9 окружена числами так, что независимо от выбора соседних клеток мы всегда можем вырезать квадрат 3×3

7	2	3	7	2
4	5	6	4	5
7	8	9	7	8
7	2	3	7	2
4	5	6	4	5

← Эта конструкция гарантирует встречу больше

А это значит, что, если хотя бы одна цифра 9 не вырезана, то можно вырезать

еще один квадрат, а это значит, что, если квадратов ≤ 3 , то всегда можно вырезать еще один, а значит и в исходном рисунке с крестами тоже можно будет вырезать еще один $\Rightarrow$ крестов ≥ 4 Отв 4

Бланк ответов

Линия отреза

Бланк ответов

Линия отреза

