



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия Ш А Р У Х Л

Имя Г Е О Р Г И Й

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 1 5 1 2 2 0 0 8

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Аудитория 3 1 7

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101013356386

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	8	3	20	8					
Балл члена жюри №2	17	-	3	20	8					

Итоговый балл 41

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание №1

Заметим из равенства $f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{bc}) \cdot f(\overline{ca}) = abc$, что либо $f(\overline{xy})$ всегда возвращает x , либо $f(\overline{xy})$ всегда возвращает y , т.к. пусть $f(\overline{ab}) = a$, тогда однозначно $f(\overline{ca}) = c$, ведь $f(\overline{ab}) = a$, при $f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{bc}) \cdot f(\overline{ca}) = abc$, и $f(\overline{bc}) = b$, при $f(\overline{ca}) = c$ и $f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{bc}) \cdot f(\overline{ca}) = abc$. Или же $f(\overline{ab}) = b$, тогда, аналогично, $f(\overline{bc}) = c$, $f(\overline{ca}) = a$.

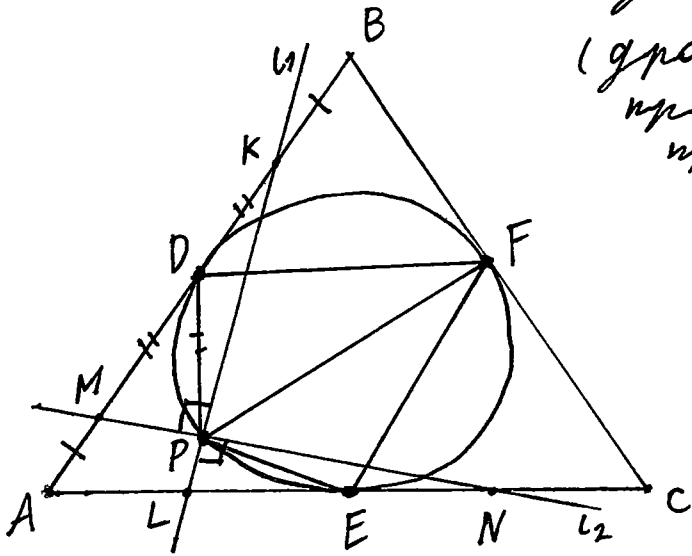
В первом случае во всех $f(\overline{xy}) = x$, во втором $f(\overline{xy}) = y$ — утверждение доказано.

Значит, искомая сумма равна либо сумме цифр на первых местах всех чисел, либо сумме цифр на вторых местах всех чисел. Заметим, что в обоих случаях искомая сумма равна $9 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + \dots + 9 \cdot 9 = 9(1+2+3+\dots+9) = 9 \cdot 45 = 405$. Следовательно, значение искомой суммы равно 405.

Ответ 405

Задание 14

(другое расположение
прямых l_1 и l_2 аналогично
представленному)



Пусть $\angle MDP = \alpha$

$AD = BD$, так $\triangle ABC$ - правильный,
при $AM = BK$, по условию $\Rightarrow$
 $\Rightarrow MD = KD$, при l_1 и l_2 , по
условию, те $\angle MPK = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow MD = DK = DP$, по теореме о медиане из прямого
угла

$\angle DKP = \angle AKL = \frac{1}{2} \angle MDP = \frac{\alpha}{2}$, так $\angle MDP$ - внешний к $\triangle PDK$

$\angle PLE = \angle AKL + \angle KAL = \frac{\alpha}{2} + 60^\circ$, как внешний к $\triangle AKL$

$\angle DFP = \angle MDP = \alpha$, так AB - касательная к исходной
вписанной окружности

$\angle PFE = \angle DFE - \angle DFP = 60^\circ - \alpha$, так $\angle DFE = 60^\circ$, так $\triangle ABC$ -
правильный

$\angle LEP = \angle PFE = 60^\circ - \alpha$, так AC - касательная к исходной
вписанной окружности

$\angle LPE = 180 - \angle PLE - \angle LEP = 180 - (\frac{\alpha}{2} + 60) - (60 - \alpha) =$
 $= 60^\circ + \frac{\alpha}{2}$

Заметим, что $\angle LPE = \angle PLE = 60^\circ + \frac{\alpha}{2}$, значит,

$PE = LE$, по признаку равнобедренного $\triangle$

$\angle EPN = 90^\circ - \angle LPN - \angle LPE = 90^\circ - (60 + \frac{\alpha}{2}) = 30^\circ - \frac{\alpha}{2}$

$\angle ENP = \angle LEP - \angle EPN = (60 - \alpha) - (30^\circ - \frac{\alpha}{2}) = 30^\circ - \frac{\alpha}{2}$,

так $\angle LEP$ - внешний к $\triangle NEP$ Заметим, что $\angle ENP =$

$= \angle EPN = 30^\circ - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow PE = NE$, при $PE = LE \Rightarrow PE = NE = LE$

Получим $AE = EC$, так $\triangle ABC$ - правильный, при $LE = NE$,
значит $AE - LE = EC - NE \Rightarrow AL = CN$



7 п. 2

Задание № 5

Заметим, что задачу можно переформулировать, заменив ладью и слона на двух ферзей, т.к. слону нельзя насадиться на одной горизонтали или вертикали с ладьей, а ладья нельзя насадиться на одной диагонали со слоном.

Будем считать количество "занятых" клеток одним ферзем для каждой позиции, тогда посчитаем количество вариантов расстановки второго ферзя.

Заметим, что надо доказать, что количество "занятых" клеток по периметру квадратов вокруг центра не меняется, правды, т.к. сумма по горизонталям и вертикалям не меняется, а сумма по диагоналям по точкам периметра одинакова.

16	16	16	16	16	16
16	18	18	18	18	16
16	18	20	20	18	16
16	18	20	20	18	16
16	18	18	18	18	16
16	16	16	16	16	16

(пример 6x6)

Всего изначально свободно для каждой позиции $4n^2$ клеток, значит, итоговое количество вариантов это

$$(4n^2)^2 - (4(2n-1)(6n-2) + 4(2n-3)(6n) + 4(2n-5)(6n+2) + 4(8n-4)) = 16n^4 - 4((2n-1)(6n-2) + (2n-3)(6n) + (2n-5)(6n+2) + 4(8n-4)), \text{ для доски } 2n \times 2n$$

Ответ $16n^4 - 4((2n-1)(6n-2) + (2n-3)(6n) + (2n-5)(6n+2) + 4(8n-4))$

Задание №3

Заметим, что для α_{n-1} всегда подойдёт наименьший α_n той же чётности, тогда $\alpha_{n-1} + \alpha_n : 2$

Значит, если будут переходы по чётности (чёт $\rightarrow$ нечёт или нечёт $\rightarrow$ чёт), то все чётные и нечётные числа в последовательности будут заполняться с самых маленьких, а значит, все числа будут использованы в последовательности

Докажем, что переходы по чётности будут случаться

Предположим обратное — пусть в последовательности встречаются числа только одной чётности с какого то момента

Рассмотрим наименьшее неиспользованное число другой чётности k и тогда исконая сумма $k + 2n + 1$ для k — чёт, и $k + 2n$ — для k — нечёт

Но и чётных и нечётных ^{составных} чисел бесконечно много, а значит, когда k станет ~~меньше~~ наименьшего ~~числа~~ неиспользованного числа другой чётности, то k будет использовано, а значит, и т.д. $\square$ в последовательности встречаются все числа
это надо доказать

Линия отреза

Бланк ответов

