



3101350182371

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия И Ш М Е Т О В А

Имя Р А М И Л Я

Отчество И А Е Л Е В Н А

Дата рождения 2 9 1 1 2 0 0 8

Город участия М А Г Н И Т О Г О Р С К

Аудитория 1 5

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Дашья

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия М А Г Н И Т О Г О Р С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	0	-					
Балл члена жюри №2	20	0	5	0	-					

Итоговый балл 25

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1) Для двухзначных чисел, ~~у которых первая цифра равна~~, ~~к-е кратна 11~~
значит-е функции f одно, так у таких чисел число десятков и единиц
одинаково. Например, $f(11) = 1$
 $f(22) = 2$

Поэтому $f(11) + f(22) + \dots + f(99) = 1 + 2 + \dots + 9 = \frac{1+9}{2} \cdot 9 = 45$

2) Покажем что $f(ab) \neq f(ba)$. Предположим, что $f(ab) = f(ba)$. В таком
случае ~~где~~ ~~цифры~~ a, b, c , где $c = b$ будет выполняться
 $f(ab) \cdot f(bc) \cdot f(ca) = f(ab) \cdot f(bb) \cdot f(ba)$
 $f(bb) = b$

$f(ab) = a$ (не учитывая единицы), тогда $f(ba)$ может быть $= a$
Но тогда $f(ab) \cdot f(bb) \cdot f(ba) = a^2 \cdot b$, хотя по условию
 $f(ab) \cdot f(bc) \cdot f(ca) = abc = ab^2$ (в нашем случае) $\Rightarrow$ противоречие
 $\Rightarrow f(ab) \neq f(ba)$ Тогда $f(ab) + f(ba) = a + b$ $\checkmark$ доказано

3) ~~Рассмотрим числа на примере~~

$f(12) + f(21) = 1 + 2$	$f(23) + f(32) = 2 + 3$	$f(89) + f(98) = 8 + 9$
$f(13) + f(31) = 1 + 3$		
$f(19) + f(91) = 1 + 9$	$f(29) + f(92) = 2 + 9$	

$\Rightarrow f(11) + f(12) + \dots + f(99) = 45 + (1+2) + (1+3) + \dots + (2+3) + \dots + (8+9) + (8+9)$
- В соотв с (n1) и (n2).

4) Посчитаем полу-ую сумму

1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9
$S=3$	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9
	3+4	3+4	4+5	5+6	6+7	7+8	8+9
	$S=4+5$	$S=5+6+7$	$S=6+7+8$	$S=7+8+9$	$S=8+9+10$	$S=9+10+11$	$S=10+11+12$
						$S=9+10+11$	

По формуле суммы прогрессии

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = 3 \\ S_2 = 9 \\ S_3 = 18 \\ S_4 = 30 \\ S_5 = 45 \\ S_6 = 63 \\ S_7 = 84 \\ S_8 = 108 \end{array} \right\} S = 360$$

(+)

$$f(11) + f(99) = 45 + 360 = \boxed{405}$$

отв 405

3

№1) Для двух-х чисел, кратных 11, значение функции f равно, т.к. у таких чисел много десятков и мало единиц

2) Докажем, что $f(11) + f(99) = 1 + 2 + \dots + 9 = 45$

им такое соотношение, то $f(ab) \neq f(ba)$ Если $f(ab) = f(ba)$ (т.е. $b=c$ будет выполняться) для цифр a, b, c , где

$$f(ab) = f(bc) = f(ca) = f(ab) = f(bb) = f(ba)$$

$$f(bb) = b$$

Пусть $f(ab) = a$ не учитывая общности Тогда если $f(ba) = f(ab) = a$, то $f(ab) = f(bc) = f(ca) = a^2 \cdot b$, но не у нас

$$f(ab) = f(bc) = f(ca) = a \cdot b \cdot c = b^2 \cdot a \Rightarrow \text{против нас} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(ab) \neq f(ba) \Rightarrow f(ab) + f(ba) = a + b$$

4) Тогда $f(11) + f(99) = 45 + (f(12) + f(21) + \dots + f(89) + f(98)) =$
 $= 45 + (1+2) + (2+1) + \dots + (8+9) = 45 + (1+2) + (2+3) + \dots + (8+9)$ - разбили на пары

5) Рассмотрим сумму

4) Тогда $f(11) + \dots + f(99) = 45 + f(12) + f(21) + \dots + f(89) + f(98) =$
 $= 45 + (1+2) + (2+1) + \dots + (8+9) = 45 + (1+2) + (1+9) + (2+3) + \dots + (8+9)$

Линия отреза

Бланк ответов

Посчитаем сумму

1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7
$S_1=3$	2+3	3+4	$\vdots$	5+6	6+7
1	$S_2=4+5$	$S_3=5+7$	4+5		
			$S_4=6+9$	$S_5=7+11$	$S_6=8+13$

1+8	1+9
$\vdots$	$\vdots$
7+8	8+9
$S_7=9+15$	$S_8=10+17$
	8

По формуле арифметической прогрессии для каждого S получим
 $3+9+15+21+27+33+39+45+51+57+63+69+75+81+87+93+99=405$ 360?

(+)

$S = 405 + 45 = 360 + 45 = 405$
 от 405

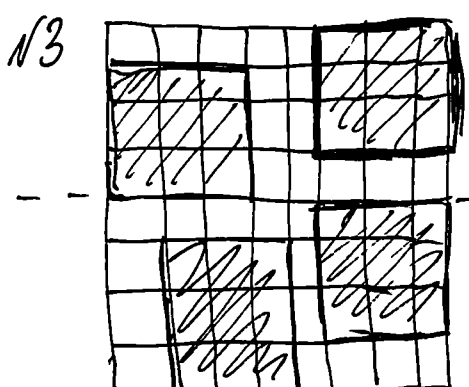


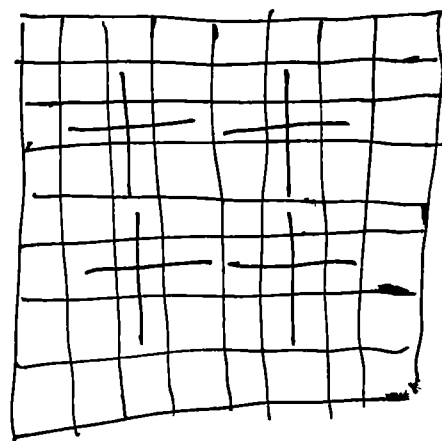
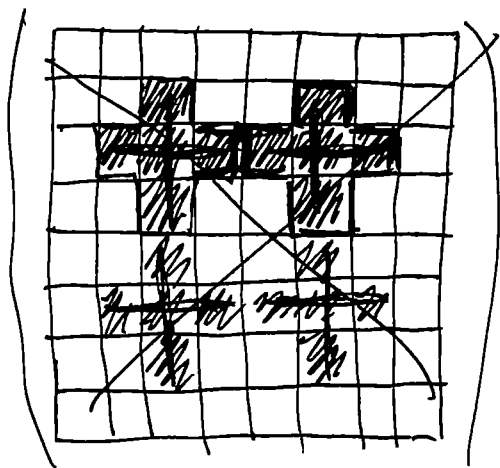
рис 1

1) Если есть кв-т 3x3 (свободный), то в него можно врезать пятик-й крест $\Rightarrow$ можно разместить мин кол-во квадратов 3x3

2) Если поделить доску 8x8 на 2 прямоугольника 4x8, то можно заметить, что в каждый из них можно вставить как минимум 2 квадрата 3x3. Пример на рис 1 $\Rightarrow$ в кв-т 8x8 нельзя поместить 8 квадратов 3x3 $\Rightarrow$ ≤ 4 квадратов 3x3

$\Rightarrow$ из (п 1) и (п 2) следует, что из доски 8x8 можно врезать ≥ 4 пятик-х крестов. квадраты 3x3 можно поместить 4x8 могут блокировать клетки в других прямоугольниках 4x8

Пример на рис стр

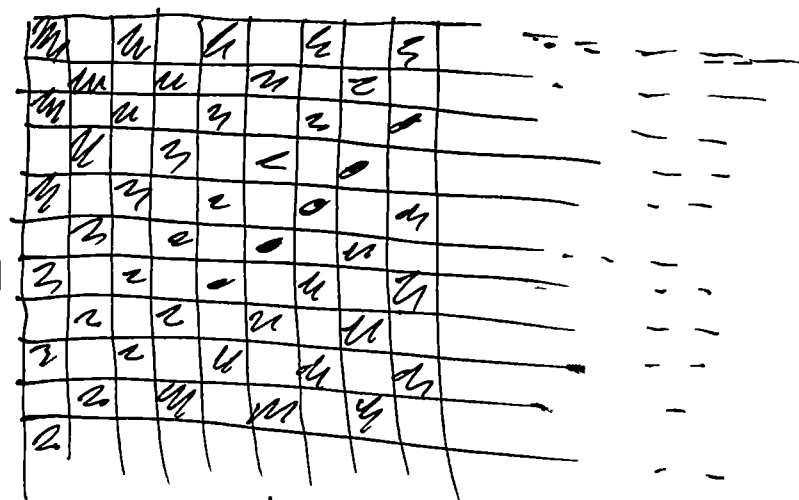


верный
пример
без учета

(+)

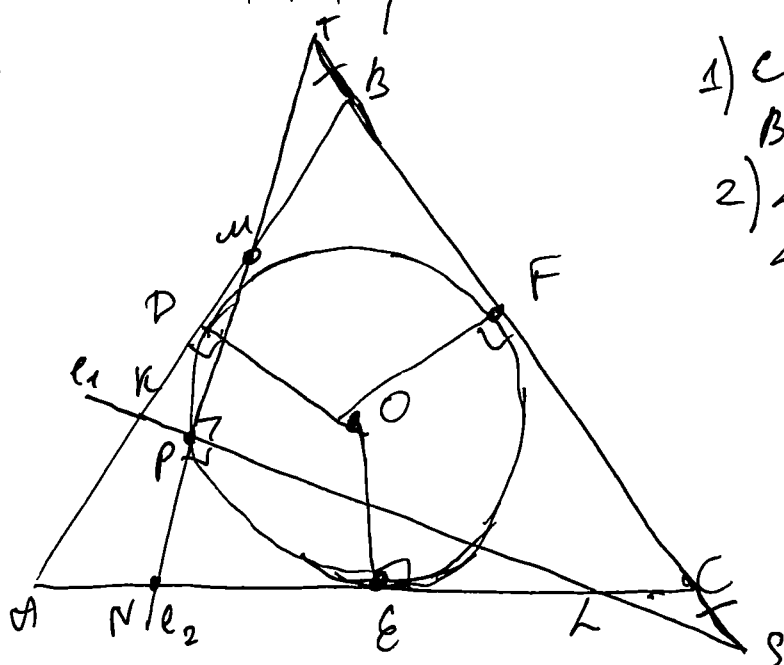
Ответ 4

2 Раскрасим поле 2025×2025 в шахматном порядке Тогда любая Змейка будет иметь в своем составе 4 черн и 4 бел клеток



(-) предположим
нет

4



$$1) CT = BC + BT \Rightarrow BT = CS$$

$$BS = BC + CS$$

$$2) \Delta TDS - \text{прям-й} \Rightarrow TS^2 = PT^2 + PS^2$$

$$\Delta PKM - \text{прям-й} \Rightarrow MK^2 = PK^2 + PM^2$$

$$\Delta PNL - \text{прям-й} \Rightarrow PN^2 + PL^2 = NL^2$$

предположим
нет (-)

Линия отреза

Бланк ответов

