



2026615095787

## Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

Т Р О Ф И М О В

Имя

Г Л Е Б

Отчество

А Н Т О Н О В И Ч

Дата рождения

19 01 2008

Город участия

Ч Е Л Я Б И Н С К

Аудитория

258

Дата

02 02 2026

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Проверочный лист

Заполняется участниками

**Направление**

☐ анализ данных    ☐ информатика    ☐ история

☒ математика    ☐ обществознание    ☐ русский язык

☐ физика    ☐ химия

**Класс**

☐ 8    ☐ 9    ☐ 10    ☒ 11

**Город участия**

Ч Е Л Я Б И Н С К   

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов      Количество черновиков к проверке

Время выхода с     до

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 3 | 8 | 5 | — | 7 |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 3 | 8 | 5 | — | 7 |   |   |   |   |    |

**Итоговый балл**

**Подпись члена жюри №1**

*[Подпись]*

**Подпись члена жюри №2**

*[Подпись]*

**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 1  $f(ab)$  возвращает или  $b$  (по условию)

Также могут быть подобны три последовательных числа  $a, b, c$   
 $f(ab) \cdot f(bc) \cdot f(ca) = a \cdot b \cdot c$

Но тогда заметим, что функция возвращает ~~только~~ всегда 1-ю цифру или всегда последнюю, в том числе это может

быть цифра  $b$  или  $c$  (или  $a$ ) Если у первого числа первая цифра  $a$ , то у второго будет, то мы взяли  $a, b, c$  в  $a, b, c$  и  $a, b, c$  в  $a, b, c$   $\Rightarrow b$  не  $b$  или  $c$   $\Rightarrow$  невозможно  
 $\rightarrow$  у 3-го числа, то мы взяли 2-ю цифру  $a \Rightarrow$  невозможно  $b$  или  $c$  (то и у 2-го берем одну)

2) Аналогично разберем случаи если первая цифра  $b$  или  $c$  (тогда просто цифры переберем)

Получим формулы для  $f(11) + f(12) + \dots + f(99)$   
 разделим на 9 частей  $f(11) + f(12) + \dots + f(19)$   
 $f(21) + f(22) + \dots + f(29)$  Всего 9 частей по 9 цифр  
 $f(91) + f(92) + \dots + f(99)$

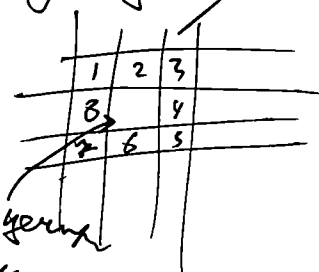
тогда если  $f(ab)$  берёт первую цифру  $\sum = 1 \cdot 9 + 2 \cdot 9 + \dots + 9 \cdot 9 =$   
 если  $f(ab)$  берёт 2-ю цифру  $\sum = (1 + 2 + \dots + 9) \cdot 9 = 405$   
 $\Rightarrow 405 + 405 = 810$

Ответ: сумма = 405



# Задача 2

Дима выигрывает независимо от игры Максима, стратегия. первым ходом Дима заполняет ячейку (сиренку клетку вокруг него) это всегда можно.



Заметим, что все

Если рассмотреть клетку во второй кармашек клетки (сиренку) закрашено, то закрашены клетки образуют фигуру симметричную относительно центра

Тогда теперь, после каждого хода Максима, Дима может рисовать точно такую же фигуру симметричную относительно центра, это всегда возможно и в случае, когда все клетки кроме центральных квадрата 2x2 пусты  $\Rightarrow$  если Максим закрасит клетку, Дима закрасит клетку симметричную ей  $\Rightarrow$  Если Максим закрасит

Дима примет закрашенную клетку  $\Rightarrow$  либо симметричную ей Максим покрашил до своего очередного хода либо Максим покрашил другую  $\Rightarrow$  Дима покрашит симметричную ей раньше очередного хода Максима. В обоих случаях противоречие  $\Rightarrow$  всегда можно действовать такой стратегией  $\Rightarrow$  выигрывает Дима

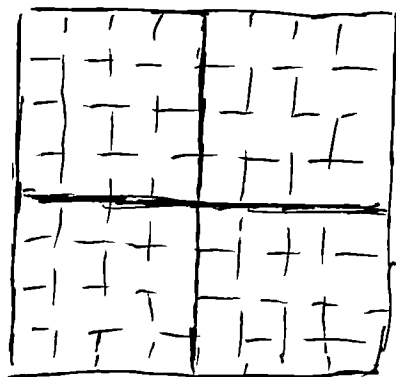
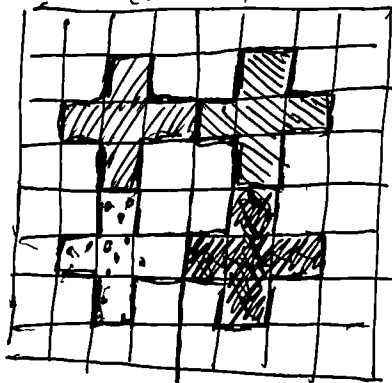
Ответ. Дима выигрывает независимо от игры

Потому Максим не может одним своим ходом задевать одновременно + A и симметричную ей клетку A'?

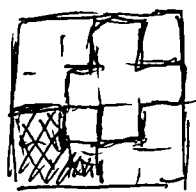


# Задача 3

(Рис. 1)



(Рис. 2)



(Рис. 3)



(Рис. 4)

Ответ: минимальное количество клеток = 4 клетки

Р-во. Пример: Рисунки 1

Р-во: разделим наш квадрат  $8 \times 8$  на 4 квадрата  $4 \times 4$  (рисунки 2),

тогда в каждом квадрате  $4 \times 4$  должен находиться хотя бы 1 клет, иначе, если клет не будет найден (как закрашенные на рисунках 3 и 4, с помощью до проверки или опровержения) то можно вывести еще одну клет (это видно на рисунках) который будет найден. А если там сразу 2 части?

→ в каждом таком квадрате минимум 1 клет, квадратов 4 → и клеток минимум 4

Ответ: 4

Zagame 5  $A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$   
 $B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$

oyn

$$(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0 \quad \text{unuen } x_1, x_2, \text{ und } \begin{pmatrix} x_1 \in A \\ x_2 \in B \end{pmatrix}$$

[Angenommen  $k=2 \Rightarrow$  yn-e oymunen buy  $x+2=0 \Rightarrow x_1 = -2$ , heyyobu oyn

$$\Rightarrow k \neq 2 \quad D = ((k-1)^2 - 4(k-2)) \quad D = (k-1)^2 - 4(k-1^2-1)$$

$$D = (k-1)^2 - 4(k^2-2k) \quad D = (k-1)^2 - 4(k-1)^2 + 4$$

$$D = (k-1)^2 - 4(k^2-2k+1-1) \quad D = ((k-1)^2 - 2)^2$$

$$D = ((k-1)^2 - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{D} = |k-1^2-2|$$

mk  $t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$  u  $\sqrt{D}$  seymen uc + uc - magy roccun gon

$$\Rightarrow t_1 = \frac{-(k-1)^2 + (k-1)^2 - 2}{2(k-2)} \Rightarrow t_1 = \frac{-2}{2(k-2)} = -\frac{1}{k-2}$$

$$t_2 = \frac{-(k-1)^2 - (k-1)^2 + 2}{2(k-2)} \Rightarrow t_2 = \frac{-(k-1)^2 + 1}{k-2} = \frac{-(k^2-2k)}{k-2} = -k$$

$$t_1 = -\frac{1}{k-2} \quad t_2 = -k \quad t_2 > t_1$$

Angenommen  $t_2 = x_2 \quad t_1 = x_1 \Rightarrow t_2 \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$

$$-k \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6) \Rightarrow k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$$

$$t_1 \in (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5) \Rightarrow -\frac{1}{k-2} \in (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5) \Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow k \in \left( \frac{1}{2}, 1 \right) \cup \left( \frac{3}{2}, \frac{5}{3} \right) \cup \left( \frac{8}{5}, \frac{9}{4} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} k \in \left( \frac{3}{2}, \frac{5}{3} \right) \cup \left( \frac{8}{5}, \frac{9}{4} \right) \cup (1, 2) \\ k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1) \end{array} \right.$$

$$t_1, t_2$$

~~Angenommen~~

Angenommen ~~(-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)~~ noymu?  
 $(-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$