



2026102022295

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Л И Т В И Н Е Н К О

Имя Г Е О Р Г И И

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 2 3 0 3 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И 3 2 9

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026102022295

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	—	—					
Балл члена жюри №2	20	0	5	—	—					

Итоговый балл 25

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

q

7

① Дано $f(ab) = a$ или b где $a, b \in \mathbb{N}$, $f(ab) \cdot f(bc) \cdot f(ca) = abc$

Найти $f(11) + (f(12) + f(21) + \dots + f(29) + f(91) + f(99))$

~~$f(ab) + f(bc) + f(ca) = abc$~~
Решение

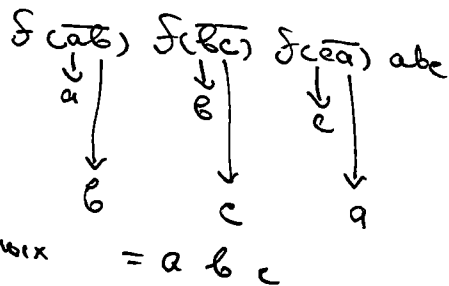
Рассмотрим пример для $f(ab) \cdot f(bc) \cdot f(ca) = abc$

$f(12) \cdot f(23) \cdot f(31) = 1 \cdot 2 \cdot 3$, заметим что это произведение состоит из

произведений десятков или единиц данных чисел

тогда можно сделать вывод что и сумма таких функций равна сумме десятков или единиц данных

чисел $f(ab) + f(bc) + f(ca) = a + b + c$



• Прикинем примерную схему в виде "квадрата" чисел от 11 до 99, не

включая десятки (по условию их сумма нам не нужна)

	A	B	C	D	E	F
I	11	12	13	14	15	19
II	21	22	23	24	25	29
III	31	32	33	34	35	39
IX	91	92	93	94	95	99

• Для "симметричных" чисел их функция однозначно будет равна ~~любой~~ из цифр данного числа, кр

$$f(11) = 1$$

$$f(22) = 2 \quad (1)$$

$$f(99) = 9$$

Заметим, что мы можем

складывать числа "уголком" ~~пер~~ проведём линию из "симметричных"

чисел с "симметричными" будем называть те, которые при перестановке десятков и единиц не изменяются, к-р 11, 22, 33, 99, тогда если выбирать на 2х

сторонах симметрично лежащие числа, к-р 12 и 21, то мы можем получить вып-е

$$f(12) + f(21) = 2 + 2 = 4$$

заметим что в данной этой вып-е в примере есть функция "симметричного

числа", которую мы можем вычесть 1

1. для данного примера при условии С1) получим:

$$f(12) + f(21) - f(11) - f(22) = 2 + 2 - 1 - 2, \text{ тогда}$$

для суммы таких чисел, мы можем составить формулу:

$$f(a\bar{b}) + f(\bar{b}c) + f(c\bar{a}) - f(\bar{b}\bar{c}) = a + b + c - b, \text{ где } f(\bar{b}c) \in [11, 22, 99]$$

тогда $f(a\bar{b}) + f(c\bar{a}) = a + c$, заметим что $\bar{b} = \bar{c}$:

$$f(a\bar{c}) + f(c\bar{a}) = a + c, a, c \in \mathbb{N}$$

найдем сумму таких чисел

$$S_1 = f(12) + f(21) + f(31) + f(13) +$$

для соотв. столбцов (кр I и A, II и B и т.д.)

$$f(91) + f(19) = 3 + 4 + 5 + 6 = 10$$

тогда, так же

$$S_2 = f(23) + f(32) + f(41) + f(14) + f(29) + f(92) = 5 + 6 + 7 + 1 + 11 = 30$$

$$S_3 = f(34) + f(43) + f(51) + f(15) + f(39) + f(93) = 14 + 10 + 12 = 36$$

тогда заметим, что $S_n = \frac{n + n + 1}{2} + \frac{9 + n}{2} (9 - n) = \frac{3n + 10}{2} (9 - n)$

$$S_4 = \frac{12 + 10}{2} = 11, S_5 = \frac{15 + 10}{2} = 12.5, S_6 = \frac{18 + 10}{2} = 14$$

$$S_7 = \frac{21 + 10}{2} = 15.5, S_8 = \frac{24 + 10}{2} = 17$$

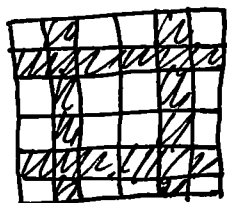
$$S' = 52 + 56 + 54 + 55 + 50 + 42 + 31 + 17 = 360$$

$$S_c = f(11) + f(22) + f(33) + f(44) + f(55) + f(66) + f(77) + f(88) + f(99) = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 = 225$$

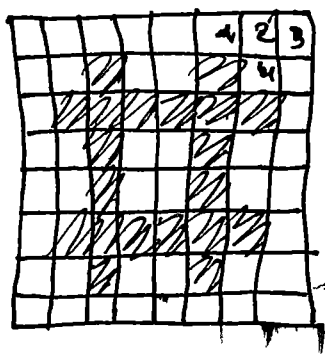
3) Предлагает наиболее "высотную" позицию крестов, при которой её область закрывает наибольшее кол-во клеток

Данный крест имеет размеры 3x3, тогда можно расположить второй крест симметрично данному относительно одной из самых крайних граней и получим свободно область 2x2 в которой

крест не помещается, проделаем так со всеми его крайними гранями получим фигуру



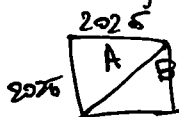
Эта комбинация поражает все клетки в квадрате 6×6 и заметим, что в при такой сетке маленькие кресты расположить не получится, тогда представив такую расстановку в центр квадрата 8×8 получим



Такая фигура отстоит от углов квадрата на 211 клеточки, в которых кресты не помещаются ~~в вер~~ в таких клетках, как (1), (2), (3), (4) и их подобных кресты тоже помещаться не получится, так его отразимит верхняя сторона квадрата и такие кресты можно было бы расставить в квадрате, одна сторона которого, равная 311 размерам клеток, который и занимает симметричный крест в ширину и высоту

Значит минимум из такого квадрата можно получить 4 креста
 Ответ: 4 Пример есть, очевидно нет

2 Представим квадрат 2025×2025 и разрежем его диагональю



A и B - некоторые фигуры, симметричные относительно

этой диагонали, будем называть такие фигуры "интересные"

После хода ~~Алины~~ (будем считать, что он первый ход), Максим сможет нарисовать "интересную" фигуру относительно этой диагонали, таким образом на каждый ход Алины, Максим

Сможет найти такой же ход и обыграть Анну,
если бы размеры квадрата имели кóтлые размеры, то
Максим бы всегда выигрывал, так рано или поздно у ~~Анны~~
обоих бы закончились ходы и на наступивший Аннин ход, он
бы проиграл

Анна может добиться асимметрии, поставив фигуру в
центре квадрата $(1023, 1023)$, которую не сможет закрасить
Максим сможет закрасивать по этому принципу квадрат (2048×2048) ,
тогда у него будет крайняя ^{ломаная} ~~длина~~ длиной $2048 - 1 = 1023$
и если ~~он~~ Анна будет закрасивать квадраты на этой ломаной,
то Максим сможет рисовать ^{прямые на ней} ходы, тем самым
у него будет максимум $\frac{1023}{8} \sim 127$ ~~ходов~~ ходов, которые
также сможет использовать и Анна, но тогда ^{Максиму} ~~будет~~
достаточно не закрасивать квадраты, которые ^{будут} ~~будут~~
на змейке $l=8$, ~~в которых~~ ~~будут~~ при делении этой ломаной
на равные ⁶²⁴ ~~длина~~ змейки (считая от любого крайнего угла,
на ~~которой~~ ~~которой~~ точки ломаной), при таком исходе,
на каждый нечетный ход Анны снова найдется нечетный
ход Максима, а законит 624 - ход Максима и Анна снова
проигрывает

От Максима выигрывает неверно —

Линия отреза

Бланк ответов

1