



3101294387467

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия

С О Л О В Ь Е В А

Имя

Ю Л И А

Отчество

И Г О Р Е В И Ч А

Дата рождения

2 2 0 4 2 0 0 9

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория

4 6 5

Дата

0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Yulbasov

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101294387467

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	-	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	-	5					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N1

Найдем, что $f(\overline{a})$ (то есть f для числа, состоящего из единичевых цифр) будет равно $\overline{a}$ т.к. только a его цифра
 $\Rightarrow f(11) = 1$

Рассмотрим некоторые тройки цифр

1 1, 1, 2 тогда
 $f(11) \ f(12) \ f(21) = 1 \ 1 \ 2 = 2$

"
 $\Rightarrow f(12) \ f(21) = 2$, причем $f(12)$ 1 или 2 и $f(21)$ 1 или 2
 $\Rightarrow$ одно из них 1, другое 2

2 1, 1, 3
 $f(11) \ f(13) \ f(31) = 1 \ 1 \ 3 = 3$

"
 $\Rightarrow f(13) \ f(31) = 3$, но рассужд. аналогично 1, 1, 2
 ~~$f(13) \ f(31) =$~~ одно из $f()$ 1, другое 3

3 для 1, 1, 4 1, 1, 5 1, 1, 6 1, 1, 7 1, 1, 8 и 1, 1, 9 аналогичное рассуждение, и для них получаем, что одно из парн будет 1, другое - $\frac{1}{2}$ числа (цифра отличная от 1) (то есть для 1 и a $f(\overline{1a})$ и $f(\overline{a1})$ это 1 и a в каком-то порядке)

Докажем, что для парн $f(\overline{ab})$ и $f(\overline{ba})$ их сумма это $a+b$

(будем рассматривать a и b отличные от 1 т.к. эти случаи с 1 рассмотрены выше) (и $a \neq b$ т.к. $\overline{aa}$ для равных тоже не рассматривалось)

Рассмотрим 2 тройки

$1, a, b$ и $1, b, a$, выпишем равенство функций

$$f(1\bar{a}) f(a\bar{b}) f(\bar{b}1) = a b 1 = ab$$

$$f(1\bar{b}) f(b\bar{a}) f(\bar{a}1) = a b 1 = ab$$

Рассмотрим 2 случая 1) $f(1a) = 1$ и 2) $f(1\bar{a}) = a$

1) $f(1\bar{a}) = 1$, тогда $f(\bar{a}1) = a$ (так для всех x от 1 до 9

мы это доказали по этому, а-цифра $\Rightarrow$ она от 1 до 9)

получается

$$f(1\bar{a}) f(a\bar{b}) f(\bar{b}1) = ab \Rightarrow f(a\bar{b}) f(\bar{b}1) = ab, \text{ значит}$$

$$f(1\bar{b}) f(b\bar{a}) f(\bar{a}1) = ab \quad f(a\bar{b}) = \bar{a}, \text{ чтобы произведение было } a \text{ (так вторая}$$

часть имеет b или 1 , значит,

тогда $f(\bar{b}1) = b$ чтобы $f(a\bar{b}) f(\bar{b}1) = ab$

значит, $f(1\bar{b}) = 1$

$$f(1\bar{b}) f(b\bar{a}) f(\bar{a}1) = ab \Rightarrow f(b\bar{a}) = b \text{ чтобы произведение } ab$$

$$\text{тогда } f(a\bar{b}) + f(b\bar{a}) = a + b \quad \checkmark$$

2) $f(1\bar{a}) = a$ - найдем, что рассуждения будут аналогичны

и мы придём к тому, что теперь $f(b\bar{a}) = a$ и $f(a\bar{b}) = b$

$$\text{и тогда все равно } f(a\bar{b}) + f(b\bar{a}) = a + b$$

получается, все числа с неравными цифрами

разбиваются на пары, где сумма пары = сумме цифр

А так как цифры в составе чисел в паре единичны

($a\bar{b}$ или $b\bar{a}$) то их сумма это тоже сумма,

и 1 предположение

тоже самое, что сумма цифр в каждом
 делении на два (то есть $f(a\bar{b}) + f(b\bar{a}) =$
 $= a+b = \frac{(a+b) + (a+b)}{2}$)

Тогда для вычисления суммы считаем сумму цифр
 всех и делим на 2

(где $f(\bar{x}\bar{x}) = f(x\bar{x}) = x = \frac{x+x}{2}$, так это можно просто
 всевозможную сумму цифр найти и на 2 поделить)

$$f(11) + f(19) = 2 + 10 = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54$$

$$f(21) + f(29) = 3 + 11 = \frac{9 \cdot 14}{2} = 63$$

$$f(31) + f(39) = 4 + 12 = \frac{9 \cdot 16}{2} = 72$$

$$f(41) + f(49) = 5 + 13 = \frac{9 \cdot 18}{2} = 81$$

$$f(51) + f(59) = 6 + 14 = \frac{9 \cdot 20}{2} = 90$$

$$f(61) + f(69) = 7 + 15 = \frac{9 \cdot 22}{2} = 99$$

$$f(71) + f(79) = 8 + 16 = \frac{9 \cdot 24}{2} = 108$$

$$f(81) + f(89) = 9 + 17 = \frac{9 \cdot 26}{2} = 117$$

$$f(91) + f(99) = 10 + 18 = \frac{9 \cdot 28}{2} = 126$$

И сумма всех это $\frac{54 + 63 + 72 + 81 + 90 + 99 + 108 + 117 + 126}{2} = \frac{810}{2} = 405$

Ответ 405

+

№2

Поэтому, что если взвесить два подряд идущих мешка, то можно будет понять, какие по весу мешки мы взвесили

Пусть сумма в двух соседних X , тогда у этих двух ^{мешков} может быть разность в 1 или в 2 по весу

если X чет, значит, разность в 2 мешка (т.е. будет в одном мешке y , в другом $y+2$, в сумме $2y+2=X$)

Тогда один мешок $\frac{X-2}{2}$, другой $\frac{X-2}{2}+2$ ($\frac{X-2}{2} + \frac{X-2}{2} + 2 = X$)

если X нечет, то разность в 1 мешку

и ~~один~~ ^{мешки} мешок $\frac{X-1}{2}$ $\frac{X-1}{2}+1$

Или взвешиванием взвесим 2 самые легкие

1) либо мы понимаем, что там есть 5

(понимаем через выше описанный способ)

и при взвешивании взвешиваем любой мешок - если в нем 6, то мы нашли, если не 5 - то оставшийся из пары 5 ✓

2) если мы понимаем, что в первых двух не 5. Тогда она --- где-то тут. Разберем случаи, что могло быть в первых двух мешках - либо пара из 1...4

1 1 u 2 роза сирень 3 4 5

$\frac{1}{\ln 2}$ — — — — — помем, что 5 не может стоять $\frac{142}{\text{---}} \downarrow \text{---}$ тут,
 и в слева от нее 1 или 2, но сумма у нас разная
 $> 2 \Rightarrow 5$

$> 2 \Rightarrow$ 5 могло стоять --- $\frac{1}{1}$ в двух местах ПТОга
за 1 действие взвешивает 1 из мешков, и за результат
получает, что либо в нем 5 - и мы нашли, либо во втором
оставшемся $\checkmark$

2 и 3 - числа 2, 4, 5

$\overline{1} \overline{2} \overline{3} \overline{4} \overline{5}$ — поменяю 5 не могла стоять $\overline{1} \overline{2} \overline{3} \overline{4} \overline{5}$ — тут, так
 у нее в соседях могут быть только 3 и 4 (с 1 и 2 разница ≥ 2)
 но 3 стоит в первых двух ячейках $\Rightarrow$ 5 может стоять $\overline{1} \overline{2} \overline{3} \overline{4} \overline{5}$
 мы упили 3 и 1 взвешивание определит где 5 среди двух
 (всё описано) ✓

3 1 и 4 - такое не можем дать, тк $|a_1| > 2$

4 2 и 3 - по аналогии к 2 (1 и 2) рассуждений 5 можно считать
-- $\frac{1}{2}$ -- $\frac{1}{2}$ - умеем определить гра $\checkmark$

5 244 - по аналогии к 2(143) рассуждений, 5 можно считать
 -- $\frac{1}{2}$ -- $\frac{1}{2}$ - умеем найти где за 1 взвешивание ✓

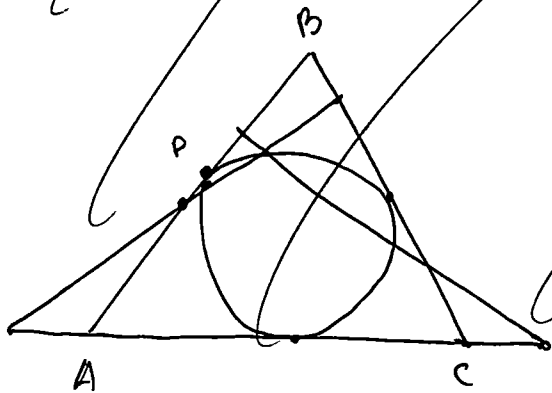
В ЗЧ - справа 1, 2, 5 $\Rightarrow$ 5 пригласить столько же, сколько
из 1 или 2, что невозможно $\Rightarrow$ нет

из 1 или 2, что невозможно $\Rightarrow$ такого угла быть не может
Мы рассмотрим все случаи и покажем как в каждом
найти мешок с 5 монетами $\checkmark$

найти меншок с 5 монетами ✓ как в кадрах

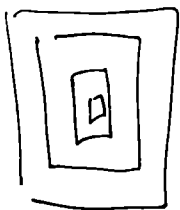
кительный мст n_1

Докажем, что такая ситуация, что $AM = BK$ и $AL = CN$ невозможна, если MP не лежит на середине BC , DE



h5

Заметим, что поле $\mathbb{F}_q$ можно задать как



- в каждой рамке те, ~~у~~ ~~кото~~ в которых слов
будет быть одинаковое кол-во клеток
в каждой рамке уже по +2 к предыдущим

1	2	3	4				
2	3	4					
3	4						
4							
			2n				
	2n	2n					
2n	2n						2
2n						2	1

2n					
	2n				
9		2n			
5	4		2n		
2	3	4		2n	
1	2	3	4		

10

две таблицы, сколько ~~дво~~
клеток в диагональ
(в двух направлениях)

Порода при сильн. глук. мадам

$2n+1$	$2n+1$	- - -	$2n+1$
	$2n+3$	- - -	
	}		
	$2n+5$	-	
$2n+1$			

на 2 долине и 7

Атома носим в каждой
клетке тела из мадагаска
- 1 (так как мы все из мадагаска)
Синтез слонов

Пусть какое то число не было в последовательности

~~(то есть от 1 до n (то есть в том промежутке не было равно нулю))~~

1) оно перешло $\Rightarrow$ все числа оставшиеся
идуте подряд будут четными / нечет + нечет = чет
(если нечет, то в дальнейшем нечет) $\Rightarrow$ уже не составная $\checkmark$

Значит, если все чет, то они должны идти подряд

(все чет с какого то момента) $\Rightarrow$ они идут $2n, 2n+2, 2n+4$

(так как каждый является наименьшим, при условии что
наше число не подходит) Тогда наше число пусть это X
Значит оно не остаток mod 3, но из чисел
 $2n, 2n+2, 2n+4$ будут все ост mod 3

0 2 1
1 0 2
2 1 0
 $\leftarrow$ раздор случается, какое ост у $2n$ по mod 3

Тогда наше число X может давать ост 0, 1, 2 - и его
можно будет написать где-то среди $2n, 2n+2, 2n+4$
(то есть X будет идти после какого то из них и давать
ост 0 по mod 3 $\Rightarrow$ число не будет составным (и число не делит
= 3 так как оно больше, так $a_3 = 4$ - уже 4 тогда по разности
 $a = 2n+2+4$ будут больше $X+a, > 3$) $\Rightarrow$ можно было
было

итервальный метод 2

предположим

если мы сможем поставить $X \Rightarrow$

его не можем пропустить $\Rightarrow$ все $n \in \mathbb{N}$ присутствуют

(при X темном ровно такие же рассуждения, но
будем $2n+1, 2n+3, 2n+5$ - среди них тоже все ост по
мод 3

$2n+1$	$2n+3$	$2n+5$
0	2	1
1	0	2
2	1	0

- и тогда X тоже встать мог
(его взяли до, и не в виду)

Получается, мы доказали что не могло $\exists$ число $X \in \mathbb{N}$
такое, что его не было в последовательности
2 m 3

NS gon

тоже самое это расставить

Первая и посмотреть на-во оставшихся

клеток - так если $A \leq B$ слои $B \leq C$ —

легко то это не противоречит ничему

~~доказано~~

~~доказано~~

