



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

В Д О В И Н А

Имя

Е К А Т Е Р И Н А

Отчество

Ю Р Ь Е В Н А

Дата рождения

1 3 0 3 2 0 0 8

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория

М 4 2 2

Дата

0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026444070190

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Е	К	А	Т	Е	Р	И	Н	Б	У	Р	Г								
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1 ^{3/4}	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	0	20					
Балл члена жюри №2	3	0	5	0	20					

Итоговый балл

28

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2

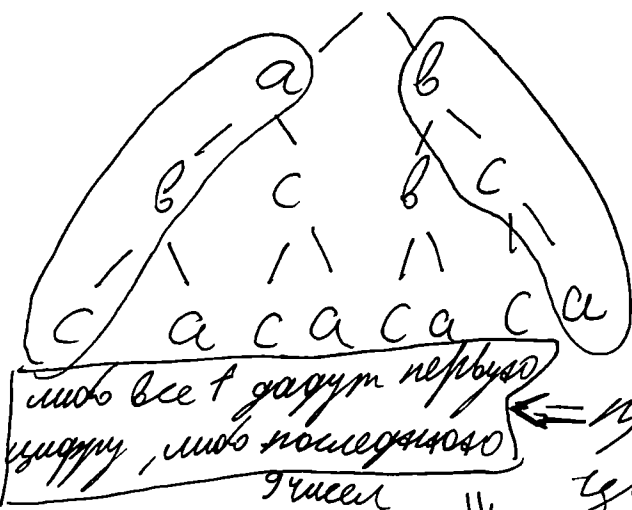


Пример
заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Линия отреза

№1
Таки все возможные результаты
выражения $f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca})$



Удобно удовлетворяют
только 2 результата
произведение первых
цифр (abc)

или
произведение последних
цифр (bca)

$$f(11) + f(19) + f(21) + f(29) + f(91) + f(99) =$$

$$= \underbrace{1+1+1+1}_{9 \text{ раз}} + \underbrace{2+2+2+2}_{9 \text{ раз}} + \underbrace{3+3+3+3}_{9 \text{ раз}} + \underbrace{9+9+9+9}_{9 \text{ раз}} =$$

$$= 9 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 9 \cdot 9 = 9(1+2+3+9) =$$

$$= 45 \cdot 9 = \boxed{405} - \text{сумма первых цифр}$$

или

$$f(11) + f(19) + f(91) + f(99) = 1+2+3+4+9+1+2+3+4+9+1+2+3+4+9+1+2+3+4+9 =$$

$$9(1+2+3+4+5+6+7+8+9) = \boxed{405} - \text{сумма последних цифр}$$

Ответ **405**

+

№3.

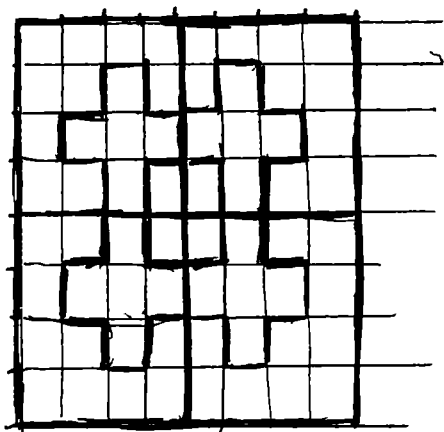
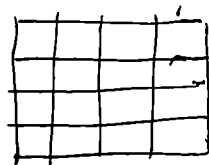


рис 1

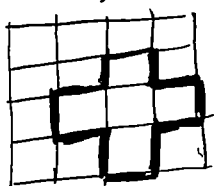
Получим квадрат 8×8 из 4 квадрата 4×4 и разделим один из них



0 крестов разместить невозможно

необходимо вырезать минимальное кол-во крестов

Например



Так возможно вырезать 1 крест, вариант с 2-мя крестами не рассматривается (так как будет фигура наименьшей)

Аналогично вырезаем 1 крест в каждом из оставшихся квадратов 4×4 (рис 1)

И если у нас 1 крест или несколько записываем на другие квадраты 4×4

Получаем 4 креста

(меньше нельзя, так в каждом квадрате 4×4 можно вырезать хотя бы 1 крест)

Ответ. 4

Пример +

Взгляни на

N2

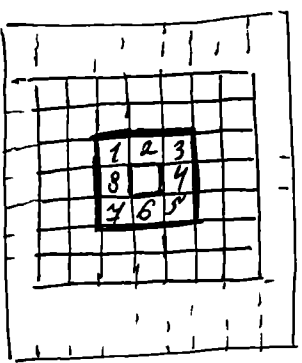


рис 1

Дима может выиграть при любом ходе соперника. Он может маркировать по центру доски змейку как на рис 1, а после повторить относительно все возможные ходы соперника (строить симметричные преобразования).

Пока Максим может ходить, Дима не проигрывает. Относительно ~~чего~~? Центральной симметрии осей

У Димы есть выигрышная стратегия. Ответ Дима (1-ый ход).

N5 Стратегический

$$(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0 \quad \text{--- (1)}$$

Если $k-2=0$ $k=2$

$$x+2=0$$

$x=-2$ не $\in$ ни А, ни В $\Rightarrow k=2$ не удов удов

можем поделить на $(k-2)$

$$(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0 \quad | : (k-2)$$

$$x^2 + \frac{(k-1)x}{k-2} + \frac{k}{k-2} = 0$$

По т.ме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{k^2 - 2k + 1}{k-2} \\ x_1 x_2 = \frac{k}{k-2} \end{cases}, \quad \frac{k^2 - 2k + 1}{k-2}, \frac{k(k-2)+1}{k-2} = k + \frac{1}{k-2}$$

NS (прогнозируе)

$$\begin{cases} X_1 + X_2 = -k - \frac{1}{k-2} \\ X_1 X_2 = \frac{k}{k-2} \end{cases}$$

$$X_1 = -k, X_2 = -\frac{1}{k-2} +$$

I случай $X_1 \in A, X_2 \in B$

$$-k \in A$$

Далее

$$1) -k \in (0, 1) \Rightarrow X_2 = -\frac{1}{k-2} \in \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right),$$

$$k \in (-1, 0)$$

$X_2 \notin B$ - не удов

$$2) -k \in (2, 3) \Rightarrow X_2 = -\frac{1}{k-2} \in \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{4}\right)$$

$$k \in (-3, -2)$$

$X_2 \notin B$ - не удов.

$$3) -k \in (4, 5) \Rightarrow X_2 = -\frac{1}{k-2} \in \left(\frac{1}{7}, \frac{1}{6}\right), X_2 \notin B \text{ - не удов.}$$

$$k \in (-5, -4)$$

II случай, $X_1 \in B, X_2 \in A$

$$X_1 = -k \in B$$

Далее

$$1) -k \in (1, 2) \Rightarrow X_2 = -\frac{1}{k-2} \in \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$$

$$k \in (-2, -1)$$

$X_2 \in A$ - удов

$$2) -k \in (3, 4)$$

$$k \in (-4, -3) \Rightarrow X_2 = -\frac{1}{k-2} \in \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{5}\right), X_2 \in A \text{ - удов}$$

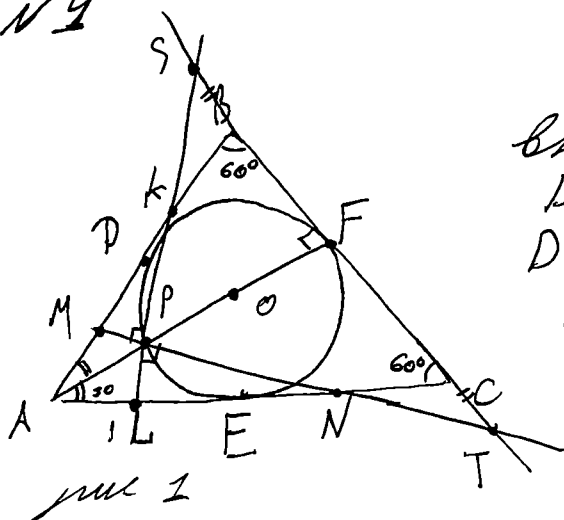
$$3) -k \in (5, 6)$$

$$k \in (-6, -5) \Rightarrow X_2 = -\frac{1}{k-2} \in \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{7}\right), X_2 \in A \text{ - удов}$$

И

$$k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1) \text{ - Ответ}$$

№4



Дано $\triangle ABC$ - равнобедренный
вписанная окружность

$D, F \in E$ - точки касания

$D \in AB, F \in BC, E \in AC$

$P \in \cup DF$

$P \in MN, MN \perp KL, MN \cap BC = T$

$P \in KL,$

$KL \cap BC = S$

$SB = CT$

Линия отреза

Доказать $MK + LN = ST$

Док-во

1) P - середина DE — неправда

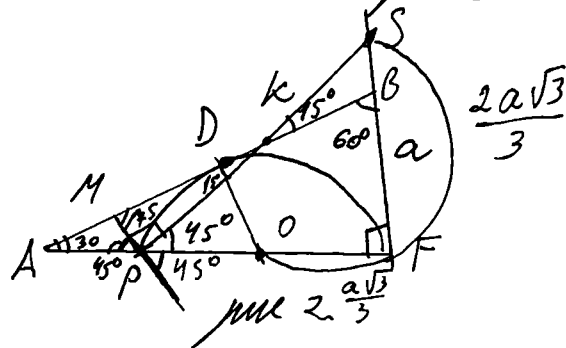
(Иначе рисунки симметричны относительно AF ,
 $\triangle KSB \cong \triangle CTN \Rightarrow SB \neq CT$ — противоречит условию)

2) Точка S симметрична от A AF (F - сев BC т.к. $\triangle ABC$ - равносторонний)

$$MK = LN$$

$$SF = FT$$

3) рисунки рис 2



$$\angle SPF = \angle FPT - \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ - \text{из симметрии}$$

$$\angle MPA = \angle FPT - \text{вертик} = 45^\circ$$

$\triangle AMP$

$$\angle A = 30^\circ, \angle P = 45^\circ \Rightarrow \angle M = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$$

$$\angle AMP \text{ и } \angle KMP - \text{смежные} \Rightarrow \angle KMP = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ \Rightarrow \angle MKP = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

6) $\triangle KSB$

$$\angle KSB = 180^\circ - 15^\circ - \angle SBK = 180^\circ - 15^\circ - (180^\circ - 60^\circ) = 180^\circ - 15^\circ - 120^\circ = 45^\circ$$

$\triangle PFS$ - равнобедренный ($\angle SPF = \angle PSF = 45^\circ$)

7) Пусть сторона $\triangle ABC = 2a \Rightarrow BF = a$

$$r \text{ (радиус впис. окр.)} \Rightarrow r = \frac{a\sqrt{3}}{3} = OF = OP$$

8) AF - медиана $\triangle ABC$

$$\frac{AO}{OF} = \frac{2}{1} \Rightarrow AO = 2OF, AO = AP + PO \Rightarrow AP = PO = OF = r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$9) PF = SF = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SB = SF - FB = \frac{2a\sqrt{3}}{3} - a = \frac{2a\sqrt{3} - 3a}{3}$$

10) ΔKSB no m-me sin

$$\frac{SB}{\sin_{KSB}} = \frac{KB}{\sin_{KSB}} \quad , \quad \frac{SB}{\sin_{15}} = \frac{KB}{\sin_{45}} \Rightarrow KB = \frac{SB \sin_{45}}{\sin_{15}}$$

$$\sin_{15} = \sin(45-30) = \sin_{45} \cos_{30} - \sin_{30} \cos_{45} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$KB = \frac{\frac{2a\sqrt{3}-3a}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}} = \frac{(2a\sqrt{6}-3a\sqrt{2}) \cdot 4}{(\sqrt{6}-\sqrt{2}) \cdot 6} = \frac{2\sqrt{2}(2a\sqrt{3}-3a)}{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$$

11) ΔAMP , no m-me sin

$$\frac{AP}{\sin_{AMP}} = \frac{AM}{\sin_{APM}} \quad , \quad \frac{AP}{\sin_{105}} = \frac{AM}{\sin_{45}} \Rightarrow AM = \frac{AP \sin_{45}}{\sin_{105}}$$

$$\sin_{105} = \sin(180-75) = \sin_{75} = \sin(30+45) = \sin_{30} \cos_{45} + \sin_{45} \cos_{30}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$AM = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$$

12) $AB = 2a$

$$MK = 2a - AM - BK = 2a - \frac{2a\sqrt{6}}{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})} - \frac{2\sqrt{2}(2a\sqrt{3}-3a)}{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{6a(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2}) - 2a\sqrt{6}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) - 2\sqrt{2}(2a\sqrt{3}-3a)(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{6a(6-2) - 12a + 2a\sqrt{12} - 2\sqrt{2}(2a\sqrt{18} + 2a\sqrt{6} - 3a\sqrt{6} - 3a\sqrt{2})}{3(6-2)}$$

$$= \frac{24a - 12a + 2a\sqrt{12} - 4a\sqrt{36} - 4a\sqrt{12} + 6a\sqrt{12} + 12a}{12}$$

$$= \frac{24a + 4a\sqrt{3} - 24a - 8a\sqrt{3} + 12a\sqrt{3}}{12} = \frac{8a\sqrt{3}}{12} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

13) $MK = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$, $SF = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow MK = SF$

14) $MK \leq LN$
 $SF \leq FT \quad \left| \Rightarrow MK + LN = 2MK \right.$
 $SF + FT = ST = 2SF \quad \left| \Rightarrow 2MK = ST \Rightarrow KK + LN = ST \right.$
 $MK = SF$

M.M.G.