



Направление

☐	анализ данных	☐	информатика	☐	история
☒	математика	☐	обществознание	☐	русский язык
☐	физика	☐	химия		

Фамилия ЕВЛОКЕЕВИЧ

Имя ЕВГЕНИЙ

Отчество

Дата рождения 1 1 0 9 2 0 0 9

[illegible]

Аудитория	3	1	6			
-----------	---	---	---	--	--	--

Дата	0	2	0	2	2	0	2	6
------	---	---	---	---	---	---	---	---

Подпись



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101440346780

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история

☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык

☐ физика ☐ химия

Класс

☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия

Т Ю М Е Н 6

Заполняется организаторами

Количество доп листов **Количество черновиков к проверке**

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	—	—	0					
Балл члена жюри №2	20	16	—	—	0					

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 2

- 1-й посылка - узнаем сумму монет в 1 и 2 мешочке и обозначим ее за S
 - 2-й посылка - выбираем мешок в зависимости от значения S
 - если $S = 3$, то узнаем кол-во монет в 4 мешочке,
если там S , то 5 монет в 4 мешочке, иначе в 5
 - если $S = 4$ или 6, то узнаем кол-во монет в 3 мешочке,
если там S , то 5 монет в 3 мешочке, иначе в 5 почему?
 - если $S = 8$ или 9, то узнаем кол-во монет в 1 мешочке, если там S , то 5 монет в 1 мешочке, иначе во втором
 - Эта ситуация гарантирует нахождение 5 монет в 1 из 5 мешочков, за 2 посылки
- ⊖

Задача 1

- Рассмотрим число (aa) , где a - ненулевая цифра. По условию $f(aa) = \text{одной из цифр числа, но обе цифры} = a$, поэтому $f(aa) = a$. Подставив в данное равенство для трех одинаковых цифр, получим тождество $(a - b = c)$
- Свойство для двух различных цифр. Пусть a и b - различные ненулевые цифры. Рассмотрим тройку a, a, b .
Тогда $f(aa) \quad f(aa) \quad f(aa) = a^3$

$$f(a) f(b) f(ba) = a \text{ и } b = a^2 b$$

- По доказательству $f(a) = a$, следовательно,

$$a f(b) f(ba) = a^2 b \Rightarrow f(b) \cdot f(ba) = ab$$

- Так $f(b) = \text{либо } a, \text{ либо } b, \text{ и } f(ba)$, равно либо b , либо a , то произведение $f(b) f(ba)$, может быть равно a^2, b^2 или ab , равенство $f(b) f(ba) = ab$ возможно только в 2 случаях:

$$\bullet f(b) = a \text{ и } f(ba) = b \quad \checkmark$$

$$\bullet f(b) = b \text{ и } f(ba) = a$$

3 Свойство для различных цифр

= Пусть a, b, c - попарно различные ненулевые числа, рассмотрим уравнение

$$f(b) f(bc) f(ca) = abc$$

- Каждое из значений $f(b) f(bc) f(ca)$ = одной из двух цифр, соответствующую ему числа. Чтобы произведение трех цифр = abc , необходимо, чтобы среди этих значений вошло бы все из цифр a, b, c ровно по 1 разу. Умножив возможные значения, получаем 2 варианта:

$$123 = 116$$

$$\bullet f(b) = a, f(bc) = b, f(ca) = c;$$

$$\bullet f(b) = b, f(bc) = c, f(ca) = a$$

4 Соотношение по всем цифрам:

Предположим, что существует пара цифр a и b такая, что $f(ab) = a$

Тогда для любой третьей цифры c из первого варианта для тройки

а, в, следовательно, что $f(b, c) = b$; $f(c, a) = c$. Рассматривая другие тройки, можно показать, что для любой пары x, y выполняются $f(x, y) = x$. Аналогично, если существовать пара a, b такая, что $f(a, b) = b$, то для любой пары x, y выполняется $f(x, y) = y$. Таким образом, возможны только две ситуации:

• $f(x, y) = x$

• $f(x, y) = y$

Оба варианта удовлетворяют условию задачи

5. Вычислите сумму S
Сумма S включает все двузначные числа от 11 до 99, у которых обе цифры, от 3 до 9. Всего таких чисел $7 \times 7 = 49$

• В варианте 1 $f(x, y) = x$. Для каждого действия x (от 1 до 9, имеется 9 чисел, поэтому вклад от этого действия = $9x$). Сумма всех действий

$$S = 9(1 + 2 + \dots + 9) = 9 \cdot 45 = 405$$

• В варианте 2 Аналогично варианту 1, вклад = $9y$

$$S = 9(1 + 2 + \dots + 9) = 9 \cdot 45 = 405 \Rightarrow 405 - искомая величина$$



Ответ 405

Задача 5

1 Общее число размещений $(2n)^2 - 4n^2$

- число способов размещения лада $= 4n^2$
- после этого остается $4n^2 - 1$ элемент, для слова
- Общее число размещений (без оценок) =

$$= 16n^4 - 4n^2$$

2 Размещение, где лада $\neq$ всем слога = почему?

$$= (2n-1) \cdot (2n-1) = 4n-2, \text{ (все элементы на той же горизонтальной и вертикальной, кроме своей)}$$

- для каждой из $4n^2$ позиций лада есть $4n-2$ позиции слога, где лада $\neq$ всем слога, таким размещением

$$4n^2 \cdot (4n-2) = 16n^3 - 8n^2$$

3 Размещение, где слога $\neq$ всем лада

- количество диагоналей каждого направления $4n-1$
- длины диагоналей $\neq x-y$ (с постоянной разностью)
 $x+y$ (с постоянной суммой) $\Rightarrow$

Для диагоналей длины k , число упорядоченных пар $= k(k-1)$

- суммируем по всем диагоналям ~~пары~~

$$S_1 = \frac{2n(2n-1)(4n-1)}{3}$$

⊖

4 Догаданные решения

Вычитаем из общего кол-ва, число недоучтенных

$$N = (16n^4 - 4n^2) - (16n^3 - 8n^2) - \frac{4n(2n-1)(4n-1)}{3} =$$

$$= \frac{4n(n-1)(2n-1)(6n-1)}{3}$$

$$\text{Ответ } N = \frac{4n(n-1)(2n-1)(6n-1)}{3}$$

Линия отреза

Бланк ответов

1

