



3101568238928

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Т Р У Б А Ч Е В

Имя Г Е О Р Г И Й

Отчество А Н А Т О Л Ь Е В И Ч

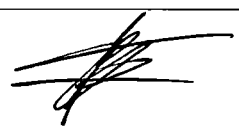
Дата рождения 2 1 0 2 2 0 0 9

Город участия К Р А С Н О Я Р С К

Аудитория 3 - 1 8

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101568238928

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Заполняется организаторами

Количество доп. листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с ☐☐ ☐☐ до ☐☐ ☐☐

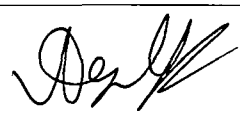
Протокол проверки

Заполняется жюри

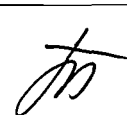
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	10	—	5	—	20					
Балл члена жюри №2	10	—	5	—	20					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача №1

$$F(ab) F(b\bar{a}) F(\bar{c}a) = abc \text{ по условию } (*)$$

Функция F берет либо всегда 1-ую цифру аргумента, либо всегда вторую, так иначе в произведении $(*)$ невозможно получить abc (допустим из первого числа ab взяли первую цифру, т.е. a , а из второго числа $b\bar{a}$ взяли вторую цифру, т.е. $\bar{a}$, тогда из 3-го числа $\bar{c}a$, какую бы цифру ни взяли для ф-ции, abc получиться не может)

Из этого следует, что сумма $F(ab) + F(ba) = a + b$

Воспользуемся этим заключением решением не доказано
Число вида $F(\bar{a}a) = a$, очевидно просуммируем все такие числа из нашего ряда

$$F(11) + F(22) + \dots + F(99) = 1 + 2 + \dots + 9 = \frac{10}{2} \cdot 9 = 45$$

Далее воспользуемся ранее доказанным св-вом и просуммируем все оставшиеся

Для примера разберем 1-ый и 2-ой десятичные разряды, дальше аналогично

$$(F(12) + F(21)) + (F(13) + F(31)) + (F(14) + F(41)) + \dots + (F(19) + F(91)) = 1+2 + 1+3 + \dots + 1+9 = 81 + \frac{11}{2} \cdot 8 = 81 + 44 = 125$$

($F(21)$ пропускается т.к. уже было) $(F(23) + F(32)) + (F(24) + F(42)) + \dots + (F(29) + F(92)) = 2+3 + 2+4 + \dots + 2+9 = 2 \cdot 4 + (3+4+5+\dots+9) = 8 + \frac{12}{2} \cdot 4 = 8 + 24 = 32$

Далее по аналогии

$$3 \cdot 6 + \frac{13}{2} \cdot 6 = 18 + 39 = 57$$

$$5 \cdot 4 + \frac{14}{2} \cdot 5 = 20 + 35 = 55$$

$$4 \cdot 5 + \frac{15}{2} \cdot 4 = 20 + 30 = 50$$

$$3 \cdot 6 + \frac{16}{2} \cdot 3 = 18 + 24 = 42$$

$$2 \cdot 7 + (8+9) = 14 + 17 = 31$$

$$1 \cdot 8 + 9 = 17$$

Сложим все, что получилось

Ответ 405

$$45 + 52 + 56 + 57 + 55 + 50 + 42 + 31 + 17 = 405$$

±

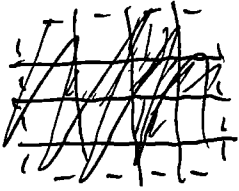
Линия отреза

Бланк ответов

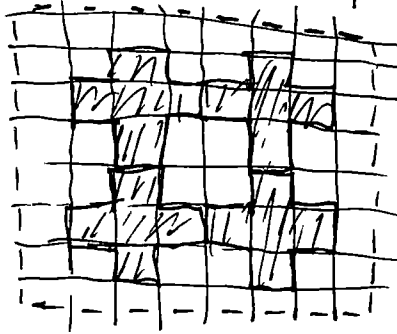
Задание №3

Приведём пример для 4-х крестов

~~невозможно разместить больше~~ на 4 креста



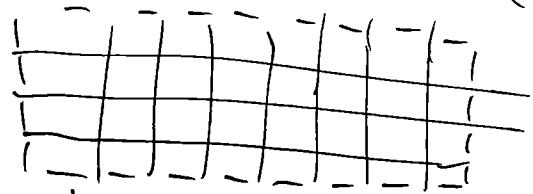
Можно разместить кресты так, как показано на рисунке



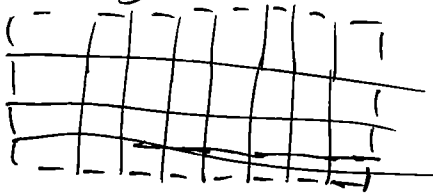
Докажем, что нельзя больше

Попробуем 2 креста

пусть рассмотрим $\frac{1}{2}$ поля (прямоугольник 4×2)



Для 2-х невозможно Попробуем 3.
Рассмотрим точно такую же половинку поля



На этом участке должен располагаться хотя бы один крест

На $\frac{1}{2}$ поля мы должны суметь разместить 1 крест так, чтобы других крестов на этом участке не могло оказаться

Это невозможно, крест максимум может занять участок 4×1 и испортить (из предыдущего примера)

и еще частичная 3-го креста
Рассмотрим каждый случай — почему он неудачный
от 3 до креста В таком случае мы сможем врезать крест
и эти 6 областей нижних трех рядов, в том месте, которое
не занято одним полным крестом. Получается, с 3-мя крестами
также в любом случае можно врезать еще один
Получается, $\min = 4$

Ответ 4

+

Задача №5

$$(k+2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

Рассмотрим дискриминант

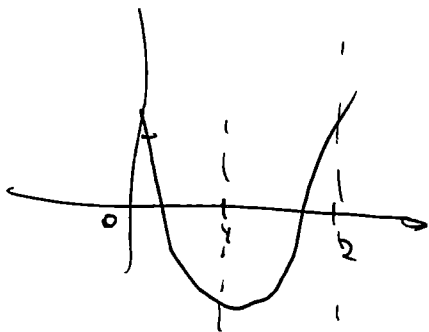
$$D = (k-1)^4 - 4(k^2+2k) =$$

$$k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1$$

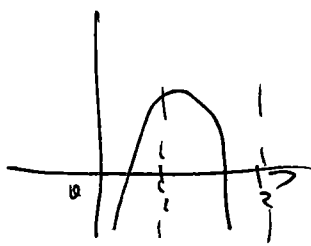
Многочлен 3-й степени не обращается в 0

$$D > 0$$

Для того чтобы 1 корень $\in A$, второй $\in B$, должно выполняться следующее (рассмотрим пример для $x_1 \in (0, 1)$ и $x_2 \in (1, 2)$)



или



В любом из этих случаев получаем условие, что

$$\begin{cases} F(0) \cdot F(1) < 0 \\ F(1) \cdot F(2) < 0 \end{cases}$$

И так для всех промежутков Π в A и B получаем систему

$$\begin{cases} F(0) \cdot F(1) < 0 \\ F(1) \cdot F(2) < 0 \\ F(2) \cdot F(3) < 0 \\ F(3) \cdot F(4) < 0 \\ F(4) \cdot F(5) < 0 \\ F(5) \cdot F(6) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F(2) \cdot F(3) < 0 \\ F(3) \cdot F(4) < 0 \\ F(4) \cdot F(5) < 0 \\ F(5) \cdot F(6) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F(4) \cdot F(5) < 0 \\ F(5) \cdot F(6) < 0 \end{cases}$$

Вычислим $F(0) = k$

$$F(1) = k - 2 + k^2 - 2k + 1 + k = k^2 - 1$$

$$F(2) = (k+2)(k - \frac{3}{2})$$

$$F(3) = (k+3)(k - \frac{5}{3})$$

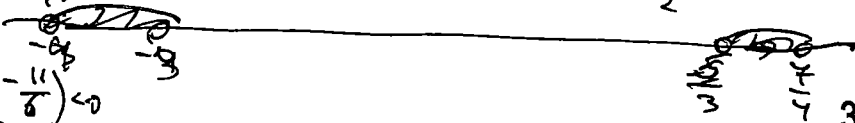
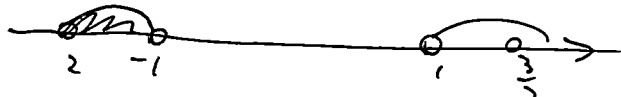
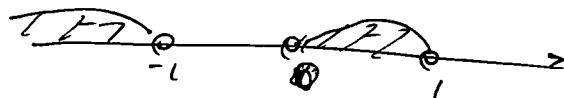
$$F(4) = (k+4)(k - \frac{7}{4})$$

$$F(5) = (k+5)(k - \frac{9}{5})$$

$$F(6) = (k+6)(k - \frac{11}{6})$$

Подставим в 1-ую систему

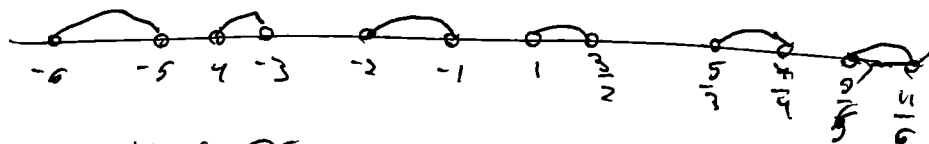
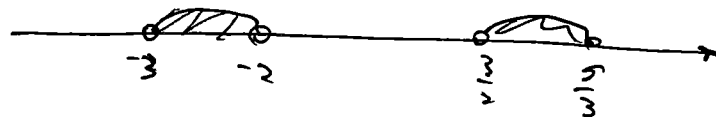
$$\begin{cases} k(k+1)(k-1) < 0 \\ (k-1)^2(k+2)(k - \frac{3}{2}) < 0 \\ (k+3)(k+4)(k - \frac{5}{3})(k - \frac{7}{4}) < 0 \\ (k+5)(k+6)(k - \frac{9}{5})(k - \frac{11}{6}) < 0 \end{cases}$$



Уз 1-ая система порождает только
 $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

2-ая система

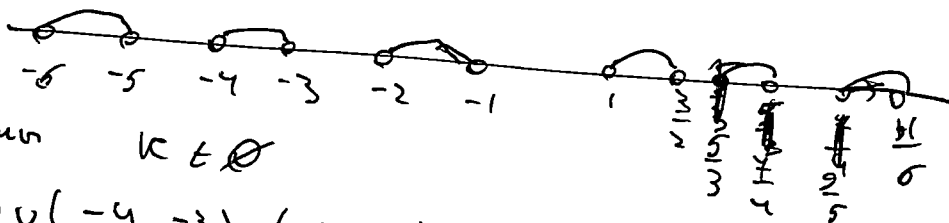
$$(k+2)(k+3)(k-\frac{2}{3})(k-\frac{5}{3})$$



Уз 2-ой системы $k \in \emptyset$

3-я система

$$(k+4)(k+5)(k-\frac{7}{4})(k-\frac{9}{4})$$



Уз 3-ей системы $k \in \emptyset$

Уточ $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

Отве $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$ Разобранное
 не все случаи!

+