



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия М А К А Р О В

Имя Н И К И Т А

Отчество О Л Е Г О В И Ч

Дата рождения 31 12 2008

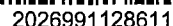
Город участия У Ф А

Аудитория 9 - 5 0 1

Дата 02 02 2026

Подпись Макаров

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза
1

Заметим, что $f(xx) \cdot f(xy) \cdot f(yx) = abc = x^2y$
 при $a=x, b=x, c=y$, где x, y — целые, $x \in [1, 8], y \in [2, 9]$
 Так как $f(xx) = x$, $f(xy) = x$ или y , $f(yx) = x$ или y и $f(xy) \cdot f(yx) = x^2$ или y^2 ,
 то одно из $f(xy)$ и $f(yx)$ равно x , а другое y ($f(xy) = x^2$ или y^2)
 $\Rightarrow f(xx) + f(xy) + f(yx) = x + x + y = 2x + y \Rightarrow$ так $f(xx) = x$, то
 $f(xy) + f(yx) = x + y \Rightarrow$ ^{доказано} $f(12) + f(21) = 1 + 2 = 3, f(13) + f(31) = 1 + 3 = 4,$
 $f(19) + f(91) = 1 + 9 = 10 \Rightarrow f(12) + f(13) + f(19) + f(21) + f(31) + f(91) = 3 + 4 + 5 + 10 = 22$
 ~~$f(22) + f(23) = 2 + 3 = 5, f(29) + f(92) = 2 + 9 = 11$~~
 $f(12) + f(23) + f(32) = 1 + 2 + 3 = 6, f(29) + f(92) = 2 + 9 = 11$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) = 6 + 11 = 17$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) = 17 + 4 + 10 = 31$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) = 31 + 6 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 125$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 125 + 20 = 145$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 145 + 20 = 165$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 165 + 20 = 185$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 185 + 20 = 205$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 205 + 20 = 225$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 225 + 20 = 245$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 245 + 20 = 265$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 265 + 20 = 285$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 285 + 20 = 305$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 305 + 20 = 325$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 325 + 20 = 345$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 345 + 20 = 365$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 365 + 20 = 385$
 $\Rightarrow f(12) + f(23) + f(32) + f(29) + f(92) + f(13) + f(31) + f(19) + f(91) + f(14) + f(41) + f(15) + f(51) + f(16) + f(61) + f(17) + f(71) + f(18) + f(81) + f(19) + f(91) + f(20) + f(02) + f(30) + f(03) + f(40) + f(04) + f(50) + f(05) + f(60) + f(06) + f(70) + f(07) + f(80) + f(08) + f(90) + f(09) = 385 + 20 = 405$

Ответ 405

(+)

3

Разобьем доску на 4 квадрата 4×4
 Из каждого квадрата 4×4 можно
 вырезать ≥ 1 крест $\Rightarrow$ из всей доски можно
 вырезать ≥ 4 креста
 Примерно 4 креста

верный пример без сценки



		X			X		
	X	X	X	X	X	X	
		X			X		
		X			X		
	X	X	X	X	X	X	
		X			X		

Для того, чтобы понять,
 почему в данном примере
 нельзя вырезать еще один
 крест, ~~потому что~~
 посмотрим на возможное
 положение центральной
 клетки этого креста
 Она не может лежать
 на граничной клетке
 исходной доски, т.к. иначе
 ее клетка выходит
 за границы доски, и
 она не может лежать на

остаточных клетках, т.к. либо вертикальная,
 либо горизонтальная (либо и вертикальная, и
 горизонтальная) полоска 3×3 , проходящая
 через нее, будет содержать ≥ 1 вырезанную
 клетку

Ответ 4

5

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

$$1) k=2$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \leftarrow \text{один корень} \Rightarrow k=2 \text{ не подходит}$$

$$2) k \neq 2$$

$$D = (k-1)^2 - 4(k-2)k = \frac{(k-1)^2}{2} - 4(k^2 - 2k + 1) + 4 = \left(\frac{k-1}{2} - 2\right)^2 = (k^2 - 2k - 1)^2$$

Линия отреза

5) (предположение)

$$x_1 = \frac{7 - k + k^2 - 2k - 7}{2(k-2)} = \frac{k^2 - 3k}{2(k-2)}$$

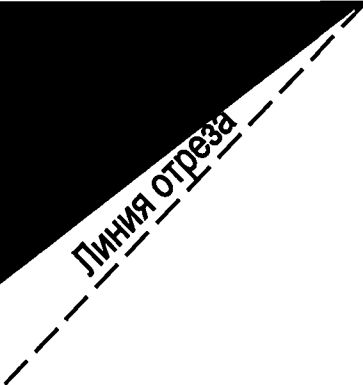
$$x_2 = \frac{7 - k - k^2 + 2k + 7}{2(k-2)} = \frac{-k^2 + k + 2}{2(k-2)} = \frac{k+7}{2}$$

Кеверно

П.к один из корней $\in A$, а другой $\in B$,
то $x_1, x_2 > 0$

$$\begin{cases} \frac{k(k-3)}{2(k-2)} > 0 \\ \frac{k+7}{2(k-2)} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{array}{c} - \quad + \quad - \quad + \\ 0 \quad 2 \quad 3 \end{array} \rightarrow k \\ \begin{array}{c} + \quad - \\ -7 \end{array} \rightarrow k \end{cases} \leftarrow \text{нет решений}$$

Ответ: такого k нет $\odot$



Бланк ответов

