



2026760106200

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия У М Е Р Т А Е В А

Имя А Р И Н А

Отчество Н А У Ш А Н О В Н А

Дата рождения 1 4 0 3 2 0 0 8

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Аудитория 2 5 8

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026760106200

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	10А	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	-	5	0	20					
Балл члена жюри №2	0	-	5	0	20					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Задача 1

$$f(11) + f(12) + f(13) + f(21) + f(23) + f(31) + f(33) =$$

Заметим, что $f(11)=1$, $f(22)=2$, $f(33)=3$ всегда, так как ~~каждый~~ аргумент содержит 2 одинаковые цифры

Остались $f(12) + f(13) + f(14) + f(15) + f(16) + f(17) + f(18) + f(19) + \dots$
 $+ f(21) + f(31) + f(33)$ — всего 72 значений

P-м набор $a, b, c = \{1, 2, 3\}$

Пусть $a=1, b=2, c=3$ Тогда $f(12) f(23) f(31) = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

~~Пусть $f(12)=1$~~ тк произведение равно $abc \Rightarrow$ каждый множитель ^{не} равен другому

Пусть $f(12)=1$, тогда $f(31)=3$, $f(23)=2$ Доказано для частного случая

Пусть $f(12)=2$, тогда $f(23)=3$, $f(31)=1$

Заметим, что сумма значений не меняется

$$\Rightarrow f(12) + f(23) + f(31) = 6$$

Пусть $a=1, b=3, c=2$ Тогда $f(13) f(32) f(21) = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

Аналогично получаем, что $f(13) + f(32) + f(21) = 6$

P-м таблицу

<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>21</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>
<u>31</u>	<u>32</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>	<u>49</u>
<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>56</u>	<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>
<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>	<u>65</u>	<u>67</u>	<u>68</u>	<u>69</u>
<u>71</u>	<u>72</u>	<u>73</u>	<u>74</u>	<u>75</u>	<u>76</u>	<u>78</u>	<u>79</u>
<u>81</u>	<u>82</u>	<u>83</u>	<u>84</u>	<u>85</u>	<u>86</u>	<u>87</u>	<u>89</u>
<u>91</u>	<u>92</u>	<u>93</u>	<u>94</u>	<u>95</u>	<u>96</u>	<u>97</u>	<u>98</u>

Наборы

123	- 12, 23, 31	248	- 24, 48, 82
134	- 13, 34, 41	257	- 25, 57, 72
145	- 14, 45, 51	265	- 26, 65, 52
156	- 15, 56, 61	274	- 27, 74, 42
167	- 16, 67, 71	283	- 28, 83, 32
178	- 17, 78, 81	292	- 29, 92, 22
189	- 18, 89, 91		
192	- 19, 92, 21		
357	- 35, 57		

↑
не все числа
разбиты на тройки

45 - сумма $f(11) + f(22) + f(33)$

$\Rightarrow$ осталось 8 единиц, 8 двоек, - 8 троек

$$\Rightarrow \Sigma = 45 + 8(1+2+\dots+8+9) = 45 \cdot 9 = \underline{405}$$

Ответ 405

Задача 3

	2				3	
2	2	2	3	3	3	
	2			3		
	1			4		
1	1	1	4	4	4	
	1			4		

Р-и квадрат 4×4

В нем достаточно закрасить 1 крест
чтобы выполнялось условие

		x	
x	x	x	
		x	

(с точностью до поворота)

А если я буду ставить часть
креста туда? —

В поле 8×8 помещается 4 квадрата 4×4

$\Rightarrow$ наименьшее число крестов = 4

Ответ 4

Задача 5

$$A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5) \quad B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$$

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

1) $k=2$

$$x+k=0$$

$$x=-k \text{ — 1 корень } \emptyset$$

2) $k \neq 2$

$$D = (k-1)^2 - 4k(k-2) = (k^2 - 2k + 1)^2 - 4k^2 + 8k = k^4 + 4k^2 + 1 - 4k^3 + 2k^2 - 4k - 4k^2 + 8k = k^4 + 4k^2 + 1 - 4k^3 - 2k^2 + 4k = (k^2 - 2k - 1)^2$$

$$x_1 = \frac{-(k-1)^2 - \sqrt{(k^2 - 2k - 1)^2}}{2(k-2)} = \frac{-(k^2 - 2k + 1) - |k^2 - 2k - 1|}{2(k-2)}$$

$$x_2 = \frac{-(k^2 - 2k + 1) + |k^2 - 2k - 1|}{2(k-2)}$$

Если $k^2 - 2k - 1 \geq 0$ $x_1 = \frac{-2k^2 + 4k}{2(k-2)} = \frac{-2k(k-2)}{2(k-2)} = -k \in A$

$$x_2 = \frac{-2}{2(k-2)} = \frac{1}{2-k} \in B$$

~~$k^2 - 2k - 1 \geq 0$
 $k^2 - 2k - 1 = (k-1)^2 - 2$
 $k-1 \geq \sqrt{2}$
 $k \geq 1 + \sqrt{2}$
 $k_1 = 1 + \sqrt{2}$
 $k_2 = 1 - \sqrt{2}$~~

Если $k^2 - 2k - 1 < 0$ $x_1 = \frac{1}{2-k} \in A$
 $x_2 = -k \in B$

Р-м 1 случай $x_1 = -k$
 $x_2 = \frac{1}{2-k}$

Пусть $-k \in (0, 1) \Rightarrow -1 < k < 0$

$$2 < 2-k < 3$$

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{2-k} < \frac{1}{2} \Rightarrow \emptyset$$

$$\frac{1}{2-k} \in B$$

$$\text{Пусть } -k \in (2, 3) \Rightarrow 4 < 2-k < 5$$

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{2-k} < \frac{1}{4} < 1 \Rightarrow \emptyset$$

$$\text{Пусть } -k \in (4, 5) \Rightarrow 6 < 2-k < 7$$

$$\frac{1}{7} < \frac{1}{2-k} < \frac{1}{6} < 1 \Rightarrow \emptyset \quad B \quad \emptyset$$

Р-м 2 случая, $x_1 = \frac{1}{2-k}$ $x_2 = -k$

$$\text{Пусть } x_2 = -k \in (1, 2)$$

$$3 < 2-k < 4$$

$$0 < \frac{1}{4} < \frac{1}{2-k} < \frac{1}{3} < 1 \Rightarrow \in A$$

$$\Rightarrow -k \in (1, 2)$$

$$\underline{-2 < k < -1}$$

$$\text{Пусть } -k \in (3, 4)$$

$$5 < 2-k < 6$$

$$0 < \frac{1}{6} < \frac{1}{2-k} < \frac{1}{5} < 1 \text{ не входит } A$$

$$\Rightarrow \underline{-4 < k < -3}$$

$$\text{Пусть } -k \in (5, 6)$$

$$7 < 2-k < 8$$

$$0 < \frac{1}{8} < \frac{1}{2-k} < \frac{1}{7} < 1 \text{ не входит } A$$

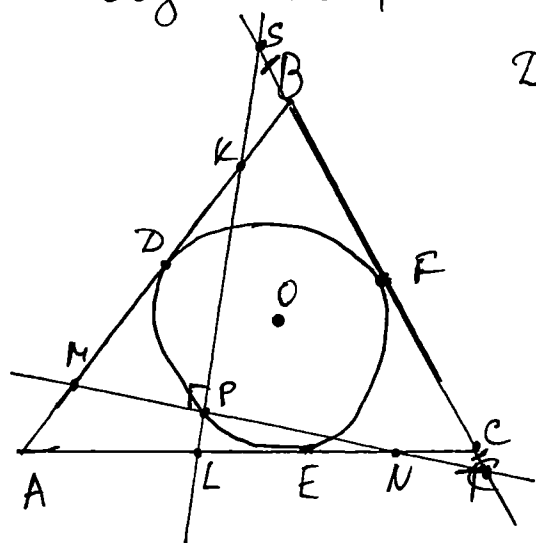
$$\Rightarrow \underline{-6 < k < -5}$$

$$\begin{cases} -2 < k < -1 \\ -4 < k < -3 \\ -6 < k < -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 < k < -1 \\ -4 < k < -3 \\ -6 < k < -5 \end{cases}$$

$$\text{Итого } k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$$

Задание 4



$$D-T_6 \quad MK + LN = ST$$

D, E, F - основания медиан,
высот, биссектрис, т.к.

$\triangle ABC$ - равносторонний

$$\Rightarrow BF = FC = EC = AE = AD = BD$$

$$\begin{array}{l} SB = CT \\ BF = FC \end{array} \quad \Rightarrow SF = FC$$

$\triangle AST$ AF - биссектр., высота,
медиана $\Rightarrow AS = AT$

$$T_6 \quad SB = CT \Rightarrow P \in AF \text{ в силу симметрии}$$

$$\Rightarrow DP = \frac{DE}{2} = PE$$

$$\Rightarrow \angle MPK = \angle LPN$$

$\angle$ Продолжения нет

