



3101013394086

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия Т У Р Я Н С К И Й

Имя П А В Е Л

Отчество О Л Е Г О В И Ч

Дата рождения 0 6 1 1 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 6 2 1

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101013394086

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	1	20	20	0	0					
Балл члена жюри №2	0	20	20	0	0					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание №3

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

a_n выбирается так, что $a_n + a_{n-1}$ - составное, a_n - наименьшее, удовлетворяющее данному условию. Докажите, что все встретятся.

Решение

Пусть какое-то число не встретится. Назовем его x (наименьшее, не встретившееся число).

Пусть x - четное. Тогда x последовательность нечетных чисел, начиная с 1, считая, что числа, бывшие чётными, уже встречались.

Если встретилось какое-то четное число, бывшее x , то x может удовлетворять условию ($4 + x = \text{четное}$) $\Rightarrow$ противоречие.

Поэтому, когда не будем встречаться все четные числа, бывшие x .

Тогда какую последовательность можно выложить как возрастающую последовательность нечетных чисел.

Но, бывшие числа $n, n+2, n+4$ - нечетные числа последовательности.

У них будут 3 разных остатка по модулю 3.

Взяв 3 минимальных четных числа, не встретившихся в

последовательности $x, x+2, x+4$ ($x, x+2, x+4 \leq n, n+2, n+4$) у них будет

тоже 3 разных остатка по модулю 3. Значит, если считать n и

какое-то из чисел $x, x+2, x+4$ - получится число, кратное 3 (составное).

Встретится четное число, после которого можно написать x .

Если x - нечетное (наименьшее, не встретившееся число, не может быть

Если встретилось какое-то нечетное число, бывшее x , то $x + n = \text{четное}$, n - составное) $\Rightarrow$ можно взять x .

Тогда получится, что нет нечетных чисел, бывших $x \Rightarrow$ последовательность оканчивается возрастающими четными числами

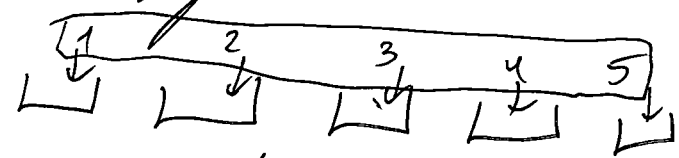
(идет на след. листе)

Задача №3 (продолжение)

Аналогично, беря какое-то число и последовательности и числа $x, x+2, x+4$, $n > x, x+2, x+4$ четное число $n, n+2, n+4 > x, x+2, x+4$ т.к. n нечетное не встретившись, можно добавить число из набора $x, x+2, x+4$, чтобы получить число, кратное 3 $\Rightarrow$ попадет нечетное число из $x, x+2, x+4 \Rightarrow$ значит, число x тоже может быть x

Ответ нет найденных не встретившихся элементов $\Rightarrow$ элементов не встретившихся элементов $\Rightarrow$ может не встретиться будут в последовательности

Задача №2



→ позиции/пары элементов (не важ-во какой они)

5 элементов (1, 2, 3, 4, 5 элементов)
Найти статистику за 2 хода
Заметим

Поскольку комбинация 2 пары и другие могут быть выбранными (не упорядоченно) (позиции 2-3 и 3-4)

1 2	$1+2=3$
1 3	$1+3=4$
2 3	$2+3=5$
2 4	$2+4=6$
3 4	$3+4=7$
3 5	$3+5=8$
4 5	$4+5=9$

Поскольку суммы в них

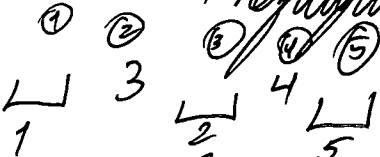
Заметим, что суммы — уникальны, поэтому по ответу можно однозначно определить соответствующий состав этой пары (но не знаем, где какая)

Если мы возьмем пару парочкой 2-3 и 3-4 (2 хода), то мы сможем определить состав 2, 3, 4 элементов (мы знаем, что в 3 элемент из этих элементов). Если мы определим, что в 3 этих элементов есть 5 (наибольший). Если нет 5 $\rightarrow$ мы не можем в 1, 4, 5 элемент (пред не сдвиги места)

Задача №2 (упрощенная)

5 монет не могут идти рядом с 1 и 2 $\Rightarrow$ если в мешочке с 5 монетами не может идти рядом с монетками с 2 или 1 монетой $\Rightarrow$ если в 2 мешочке 1 или 2 монеты, то в 5-й 5 монет, а если мы определим, что в 4 мешочке 1 или 2 монеты, то в 5-й 1 монета

Если на 2 и 4 позиции стоят 3 и 4 монеты



В 3 не может быть 5 монет $\rightarrow$ так бы определили однозначно 1 монета может быть не может $(4-1=3 \neq 2) \Rightarrow$ в 3 мешочке 2 монеты значит, 5 монет либо в 1, либо в 5 мешочке

Но, 1 монета не может быть рядом с монетками с 4 $(4-1=3 \Rightarrow) \Rightarrow$ значит, 1 монета рядом с 3 монетками, а 5, соответственно, рядом с монетками с 4 монетками

В любом варианте можно определить за 2 хода монеты проходящие 5 монет

Ответ суммируя 2-3 мешочка, потом 3-4 мешочка

Задача №4

Вручили разные варианты постановки задачи (пока что-то фиксированного размера)

01	x		1	1	*	*	0	*
01	x	1	x	0	2			
	30	4	0	*			*	
	1	x	14	*				
1	x	0	*	10	x			
x	0	*			01	x		
0	*					01	x	
*							011	

1 крайняя клетка (любая)

Будет 7 клеток, т.е. $2n-1$

$8 \times 8 (n=4)$ 2 клетка на удалении минимум от ее края

Будет 9 клеток (т.е. $2n+1$)

3 клетка на удалении от края

Будет 11 клеток (т.е. $2n+3$)

4 клетка на удалении от края (на себе)

Задача 15 (продолжение)

Ветка на шнурованном удилище 3 от края Борм
13 меток $\rightarrow 2n+5$

Бормов шнурованное удилище от края Борм 11 меток
($L \text{ меток} = n-1$) Умножая формулу для каждой метки, получаем
Посчитаем, все ли метки учли? края $2n-1+2x \geq 2(n-x)+1$

$$\text{Крайнее } 2n+2n+2n-2+2n-2=8n-4=4(n-1)$$

$$\text{На удалении от края 1 } 2n-2+2n-2+2n-4+2n-4=8n-12$$

$$\text{На удалении от края 2 } 2n-4+2n-4+2n-6+2n-6=8n-20$$

$$\text{На удалении от края 3 } 2n-6+2n-6+2n-8+2n-8=8n-28$$

$$\text{Итого } 32n-64=32(4-2)=32 \cdot 2=64 \Rightarrow \text{учли все}$$

Умножая формулу по ка-б меткам на удалении от x на расстоянии

$$8n+8n-4(2x+1)=4(2n-1)$$

Сначала все способы расставить метки x на расстоянии x от края

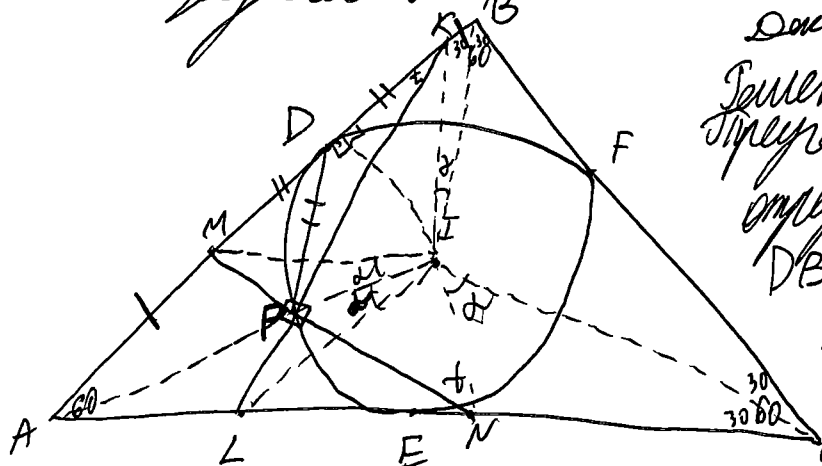
$$y = \frac{2n \cdot 2n - 1 - (2n-1)^2}{2} - \text{теперь}$$

$$= \frac{4n^2 - 1 - 4n^2 + 4n - 1 - 2(n-x) - 1}{2} = \frac{4n - 2n - 3 + 2x}{2} = \frac{2n-3+2x}{2}$$

Итого все способы расставить метки на расстоянии x от края $\sum_{x=0}^{n-1} (2n-3+2x)(8n-8x-4)$
где x - все значения от 0 до $n-1$ включительно

$$\text{Ответ } \sum_{x=0}^{n-1} (2n-3+2x)(8n-8x-4)$$

Задача 14



Доказано $AL = CN$

Свойство
треугольника равнобедренный - все
сторона равнобедренный равнобе

$$DB = BF, FC = CE, EA = AD, \text{ все } \text{свойство равнобедренного}$$

$$AM = KB \Rightarrow MD = DE \Rightarrow$$

$$PD - \text{ медиана } \Delta MPD \Rightarrow$$

$$MD = DP = DF$$

Задачи на (применение)

$$AE = EC$$

Чтобы AI было равно NC , надо, чтобы $IE = EN$

Рассмотрим треугольник

$$AMI \text{ и } INB$$

В них $KB = MA$ по условию, $MI = IN$, так как $\triangle MIK$ и $\triangle INB$

(поскольку $MD = DK$ и $ID \perp AB$) $\Rightarrow$ медиана совпадает с высотой $\Rightarrow$ $\angle AMI = \angle INB$, поскольку их смежные углы равны по условию

Значит, $\angle AIM = \angle INB \Rightarrow$ значит, $\angle BIM = \angle KIA$

$$\angle AIC = \angle AIB$$

В $\triangle KIB$ и $\triangle INC$

$$\angle KBI = \angle NCI = 30^\circ$$

$\angle KBI = \angle INC$ по равенству смежных углов $\Rightarrow$

$$\angle KIB = \angle INC, \angle NCI$$

Треугольники KIB и INC равны по двум углам и стороне $BI = CN$ (так как $\angle AIB = \angle AIC$ - биссектриса угла A)

В пересечении M , K - BA , A - BI , N - BC $\Rightarrow$ $AI = NC$ (по условию)

Данные отрезки совпадают, значит, $AI = NC$, что и требовалось доказать

Ответ: $AI = NC$

