

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия БОЛЬШЕНКО

Имя ТАТЬЯНА

Отчество ВАДИМОВНА

Дата рождения 16 12 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория И-405

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

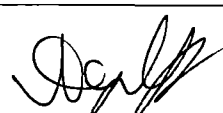
Протокол проверки

Заполняется жюри

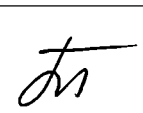
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	8	20	0	0					
Балл члена жюри №2	3	8	20	0	0					

Итоговый балл 31

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2

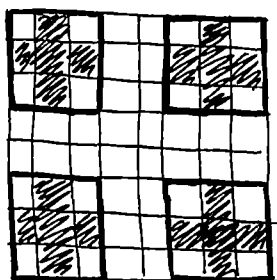


Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№3

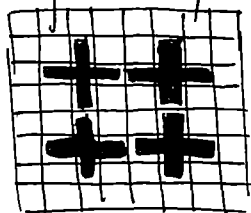
Оценка



Мы выделили 4 квадрата 3×3 , в каждом из которых можно вырезать искоемую фигуру F ($\oplus$).
Т.к. у F длина и ширина 3, то одна F не может "сломать" сразу ≥ 2 выделенных квадрата!

Т.к. для этого нужна фигура длиной/шириной ≥ 4) $\Rightarrow$ чтобы сломать эти 4 креста, нужно вырезать ≥ 4 фигуры. В противном случае какой-то из выделенных будет целым и мы сможем его вырезать, что противоречит условию задачи.

Пример



вырезаем эти 4 креста, больше, как видно из рисунка, вырезать невозможно

Ответ 4

№1

Рассмотрим $f(12)$. Пусть $f(12) = 1$, тогда
т.к. $f(12) + f(23) + f(31) = 1 + 2 + 3$ по условию $f(23) = 2$. Аналогично
понимаем, что это верно и для $f(24) = 2$, $f(25) = 2$,
 $f(29) = 2$. Из этого же уравнения $\Rightarrow f(31) = 3$,
Аналогично еще $\Rightarrow f(41) = 4$, $f(51) = 5$, $f(91) = 9$.
Получается, если $f(12) = 1$, то сумма его и всех
2-значных чисел, не соед. 0 и соед. 1 его цифру,
равна $1 + 2 + 1 + 2 + 3 + \dots + 9$
 $f(12) + f(22) + f(29) + f(31) + f(31)$

Пусть $f(12) = 2$ Из условия $f(12) f(23) f(31) = 1$
 $\Rightarrow f(23) = 3$ и $f(31) = 1$ А н^о получаем, что

$f(21), f(22), f(24), f(25), \dots, f(29)$ равны соот-но 1, 2, 4, 5, 9
 а $f(11), f(13), \dots, f(91)$ равны 1 (последней цифре, как и $f(31)$)

Тогда сумма этих рассмотренных чисел равна

$$2 + \underbrace{1 + \dots + 9}_{f(21) + \dots + f(29)} + \underbrace{1 + \dots + 9}_{f(11) + \dots + f(91)}$$

Заметим, что получилось, что если $f(n)$ — последнего ^{дво} цифра, то и у всех чисел, ~~у~~ имеющих с ним ≥ 1 общую цифру учитывается ~~последняя~~ ^(первая) цифра. Очевидно, что развивая эту мысль (поскольку если мы, к примеру, узнали, что тк $f(12) = 2$, то $f(24) = 4$, из этого можно ан-ными рассуждениями с применением уравнения из условия доказать, что все числа, соот 2 или 4, при $f(\text{это число}) = \text{послед цифра}$) мы приходим к выводу, что ~~эта исходная сумма~~ ~~и~~ ~~до~~ допустив что для $\overline{AB}$ двузначного $f(\overline{AB}) = A$, все ~~от~~ ~~от~~ от всех др двузначных рассматриваемых чисел равна A (ан-но для B). Тогда если $f(\overline{AB}) = A$, то исконая сумма равна сумме первых цифр чисел $\geq (1+2+3+\dots+9) \cdot 9$
 Если $f(\overline{AB}) = B$, то сумма = сумме послед цифр $\geq (1+2+3+\dots+9) \cdot 9$
 Ответ 405

+

№2

Стратегия Диши

Тым ходом находит центральную клетку (цк) доски и вокруг неё рисует змейку

		1	8	7
		2	3k	6
		3	4	5

Теперь, Диша имеет возможность каждый ход Максима отражать с помощью центральной симметрии отн-но цк. Это возможно, т.к. Максим не может поставить на цк змейку, без тым ходом Диша сделал это невозможным (она отделена, а по усл задачи змейки не могут пересекаться - противоречие). ^{чтобы се закрыть, нужно пересечь змейку}

Получается, каждый ход Максима может быть отражён Дишой $\Rightarrow$ Диша не может проиграть пока у Максима есть ход, у Диши он тоже есть $\Rightarrow$ Диша победит (т.к. доска конечная (как и кол-во клеток)).

Ответ Диша

+

№5

I Линейный случай $(k=2)$ $x+2=0$ $x=-2$

одно решение, не по х

II $k \neq 2$ $(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$ - парабола (кв уравн)
2 корня $\Leftrightarrow D \geq 0 \Rightarrow (k-1)^2 - 4(k-2)k \geq 0$ ^{очев, для условия задачи не по х} $D_0 x = x_2$

$$k^4 - 4k^3 + 6k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 8k = k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1$$

Пусть $g(k) = (k-1)^4 - 4(k-2)k$ $D_g = \mathbb{R}$

$$g'(k) = 4(k-1)^3 - 8k + 8 = 4k^3 - 12k^2 + 4k + 4$$

т экстремума $g'(k) = 0$ $k^3 - 3k^2 + k + 1 = 0$ $\begin{cases} k=1 \\ k=1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$

k	$(-\infty, 1-\sqrt{2})$	$1-\sqrt{2}$	$(1-\sqrt{2}, 1)$	1	$(1, 1+\sqrt{2})$	$1+\sqrt{2}$	$(1+\sqrt{2}, +\infty)$
$g'(k)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(k)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

Найдем $g(1-\sqrt{2})$ и $g(1+\sqrt{2})$

$$g(1-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^4 - 4k(k-2) = (-\sqrt{2})^4 - 4(1-\sqrt{2})(-1-\sqrt{2}) - 4 + 4(1-2) - 0$$

<0 <0

$$g(1+\sqrt{2}) = (+\sqrt{2})^4 - 4(1+\sqrt{2})(-1+\sqrt{2}) = 4 - 4(2-1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{D > 0 \text{ при } k \neq 2 \text{ и } k \neq 1 \pm \sqrt{2}}$$

По 1 Виета (т.к. есть 2 разл корня)

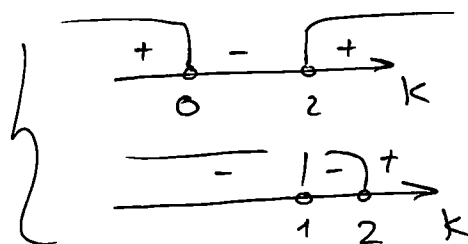
$$\begin{cases} x_1 x_2 = k/k-2 \\ x_1 + x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases}$$

как производная дискриминанта
помогает судить о расположении корней?

но $x_1 \in A \Rightarrow x_1 > 0$
 $x_2 \in B \Rightarrow x_2 > 0 \Rightarrow x_1 + x_2 > 0$

противоречие $\Rightarrow$ условие задачи невыполнимо
 Ответ $k \in \emptyset$

$$\begin{cases} x_1 \in A \Rightarrow x_1 > 0 \\ x_2 \in B \Rightarrow x_2 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{k}{k-2} > 0 \\ \frac{(k-1)^2}{(k-2)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$



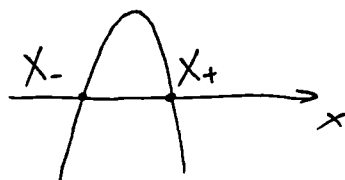
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{k < 0}}$$

$$\underline{\underline{k \in (-\infty, 1-\sqrt{2}) \cup (1-\sqrt{2}, 0)}}$$

неверно

№5 (прод)

Тогда мы имеем параболу ветвями вниз



Тогда нам нужно

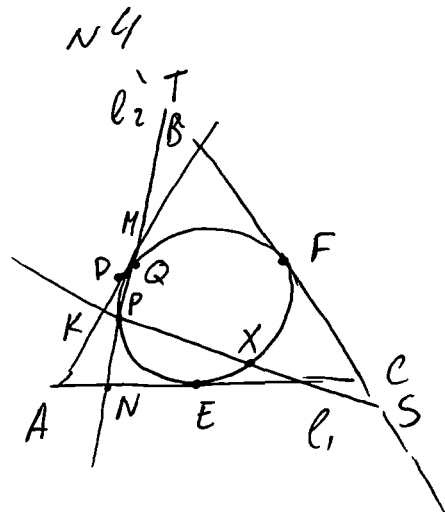
$$\begin{cases} X_- \in A \\ X_+ \in B \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} X_- \in B \\ X_+ \in A \end{cases} \quad (2)$$

~~(1) $(k-2)x_-^2 + (k-1)x_- + k \in A$~~

~~$(k-2)x_+^2 + (k-1)x_+ + k \in B$~~

~~$k=1$~~



1) так $\triangle ABC$ - р/ст (усл) $\Rightarrow FC = FB = EC$ (как отрезки кас-ных и равные стороны)

2) усл $CT = BS \Rightarrow CS = BT$

3) $\begin{cases} l_2 \cap \omega = Q \\ l_1 \cap \omega = X \end{cases} \quad \angle QPX = 90^\circ \Rightarrow QX$ - диаметр ω

4)

