



3101970237737

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

Д А Н И Л О В А

Имя

В И К Т О Р И Я

Отчество

В Я Ч Е С Л А В О В И Ч А

Дата рождения

07 07 2009

Город участия

К Р А С Н О Я Р С К

Аудитория

3-18

Дата

02 02 2026

Подпись

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101970237737

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	0	-	20					
Балл члена жюри №2	6	20	0	-	20					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

1 Рассмотрим случаи.

1) При $a = b = c$

$$(f(\overline{aa}))^3 = a^3$$

$$f(\overline{aa}) = a$$

2) При $c = a$

$$f(\overline{caa}) = f(\overline{aac}) = a$$

Представим

$f(\overline{ab}), f(\overline{ba}), a = a^2, b$ соответственно $f(\overline{ab}), f(\overline{ba}) = ab$ тк по условию

$f(\overline{ab}) \in \{a, b\}$ и $f(\overline{ba}) \in \{a, b\}$ равенства ^{противоположны} a, b

Тогда суммируя сумму, проецирующую полученное равенство по всем возможным парам цифр (a, b) , где $a, b \in \{1, 2, \dots, 9\}$

Слева получим $\sum$ всех $f(\overline{ab}) + \sum$ всех $f(\overline{ba})$ т.е. $2F$ ^{получим!}

Справа стоит $\sum$ всех первых цифр и всех вторых цифр из всех рассматриваемых двузначных чисел. Каждая цифра $k \in \{1, 2, \dots, 9\}$ встречается 9 раз на позиции десятков (в числах $k_1, k_2, \dots, k_9$) и 9 раз на позиции единиц (в числах $k_1, k_2, \dots, k_9$)

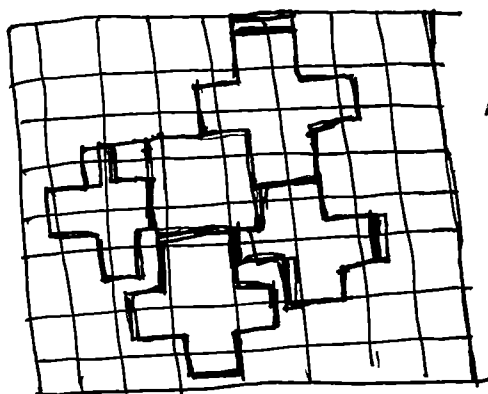
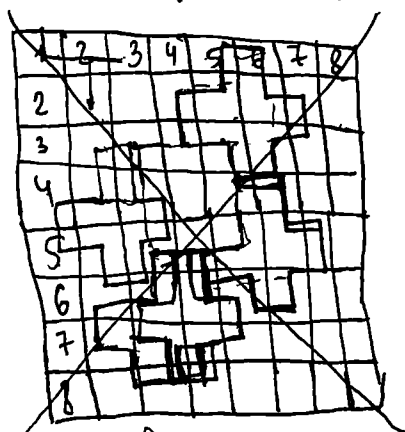
$$1+2+\dots+8+9 = 45$$

Тогда с правой части $9 \cdot 45 + 9 \cdot 45 = 810$

Нахождение $2F = 810$ откуда $F = 405$

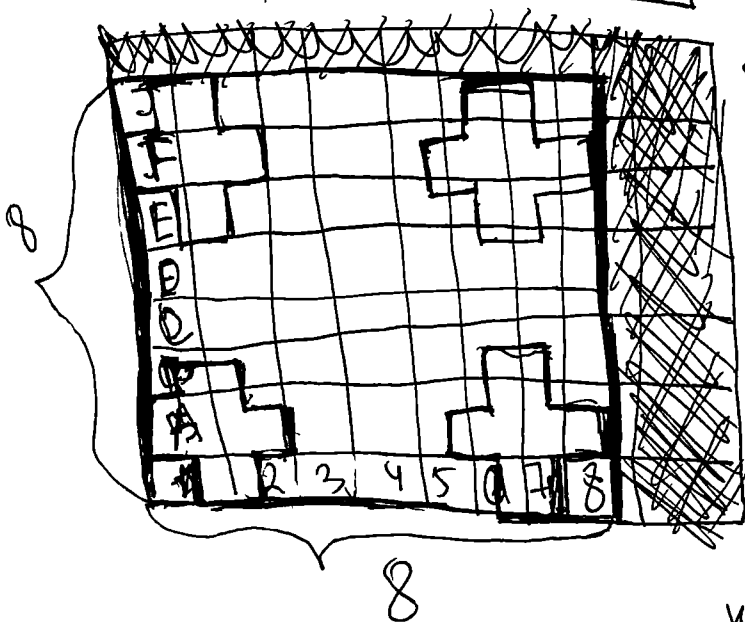
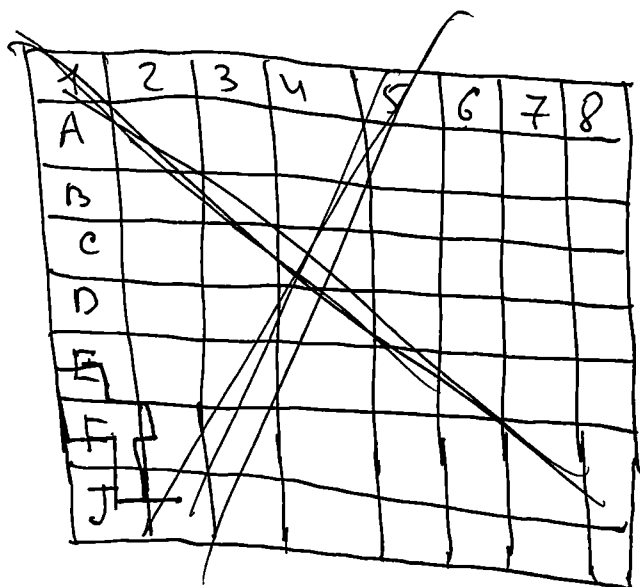
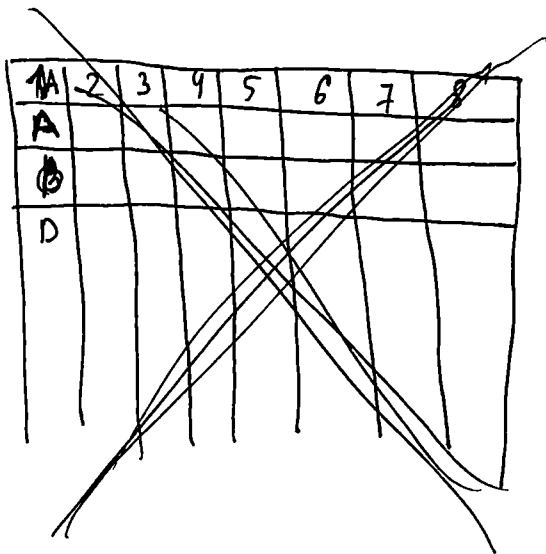
Ответ: 405

3 Пример на 4



кресты клетчатые

Очевидно, что эти 4-х креста ~~достаточно~~ видно, что добавить ещё один крест не получится
Оценка на 4



Крестчатые кресты
располагаются по клеткам!

Оценивая нас 9.

Покажем, что меньше 4-х
крестов не хватит, рассмотрим
4 возможных положения креста,
уделим им по одному буквенно-
числовому обозначению X_1, X_2, X_3, X_4
Каждый крест имеет
ширину 3, поэтому его центр
должен быть в столбце ≥ 5 . Один вырезанный крест не может
одновременно испортить позиции X_1 и X_2 , следовательно для пар
по вертикали, т.е. нельзя одним ходом зажать больше 1-ой позиции
необходимо вырезать минимум 4 фигуры

крест должен иметь общие клетки со столбцами 1-3, значит
его центр в столбце ≤ 4 , чтобы испортить X_2 его центр
должен быть в столбце ≥ 5 . Один вырезанный крест не может
одновременно испортить позиции X_1 и X_2 , следовательно для пар
по вертикали, т.е. нельзя одним ходом зажать больше 1-ой позиции
необходимо вырезать минимум 4 фигуры

Ответ: наименьшее количество крестов, которые можно вырезать = 4

Линия отреза

2. Сражение Дилы

1 ход Дилы решил змейку, занимающую все 8 клеток, окружающие центральную клетку O . Так доска имеет центральную симметрию относительно клетки O , то после 1-го хода Дилы доска все еще центрально симметрична на любой ход Максима Дила отвечает симметричной змейкой, полученной отражением относительно точки O , чтобы Дила не мог сделать ход, эта змейка достигла пересекаться с уже занятыми клетками, клетками квадрата 3×3 она не пересекается. Так змейка Максима с змейкой Дилы не пересекается, если предположим, что змейка Максима и Дилы не пересекаются, то змейка Максима содержит пару симметричных клеток A и A' (или клетку на оси, но центр вырезан). Так змейка связана, она должна содержать путь от A до A' , минимальный длины путь между симметричными клетками на доске с вырезанным квадратом 3×3 это 8 клеток, так длина змейки ≤ 8 (8 клеток) она не может содержать одновременно A и A' следовательно предположение, что змейки Дилы и Максима не пересекаются Дила всегда может сделать ответный ход, так как-то клеток конечно. Максим ~~не~~ когда-то не сможет сделать ответный ход и проиграет.

Ответ: Дила выиграет независимо от игры соперника.

$$5(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0 \quad \begin{matrix} 2 \text{ корня} \rightarrow x_1 \in A \\ \rightarrow x_2 \in B \end{matrix}$$

При $k=2$ уравнение линейное, имеет 1 корень

$$(2-1)x + 2 = 0 \\ x + 2 = 0$$

$x = -2$ не подходит, значит уравнение квадратное

При $k \neq 2$,

по Виетам $x_1 x_2 = \frac{k}{k-2}$ так $A, B \in [0, +\infty)$, то $\frac{k}{k-2} > 0$ соответствует $k \in (-\infty; 0) \cup$

$(2, +\infty)$ $x_1 + x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2}$, $k \geq 2$ невозможно так сумма неотрицательная,

значит $k < 0$, т.е. $0 < \frac{k}{k-2} < 1$ так $x_1, x_2 < 1$, а элементы множества

$B > 1$, то B может иметь только больше корень x_2

тогда x_1 должен лежать в $(0, 1)$ т.к. $x_1 = \frac{x_1 \cdot x_2}{x_2} < \frac{1}{1} = 1$
 $(0, 1)$ промежутка. А пусть $f(x) = (k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = (k+x)(xk - 2x - 1)$ т.к. $k < 0, k-2 < 0$ ветви параболы вниз,
 чтобы корни x_1, x_2 попадали в нужные интервалы проверим
 значения функции на концах интервалов для x_2 при $k < 0$ и $x \geq 1$
 $(xk - 2x + 1)$ всегда отрицателен, значит знаки $f(x)$ противоположны знаку
 $(k+x)$: $f(x) > 0 \Leftrightarrow$ когда $k < -x, f(x) < 0 \Leftrightarrow k > -x$

Рассмотрим случаи расположения:

$x_2 \in B: x_2 \in (1, 2)$ необходимо $f(1) > 0$ и $f(2) < 0 \begin{cases} k < -1 \\ k > -2 \end{cases} \Rightarrow k \in (-2, -1)$

$x_2 \in (3, 4)$ необходимо $f(3) > 0$ и $f(4) < 0 \begin{cases} k < -3 \\ k > -4 \end{cases} \Rightarrow k \in (-4, -3)$

$x_2 \in (5, 6)$ необходимо $f(5) > 0$ и $f(6) < 0 \begin{cases} k < -5 \\ k > -6 \end{cases} \Rightarrow k \in (-6, -5)$

Все значения удовлетворяют $k < 0$ корни существуют т.к.
 на концах интервалов функция принимает значения разной
 знаков

Ответ $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

+

