



2026974132747

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

БАДРЕТАИНОВА

Имя

АИЛЯРА

Отчество

ИЛЬШАТОВНА

Дата рождения

19 06 2008

Город участия

УФА

Аудитория

9-501

Дата

02 02 2026

Подпись

В.И.Ф.

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026974132747

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	8	5	-	0					
Балл члена жюри №2	0	8	5	-	0					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

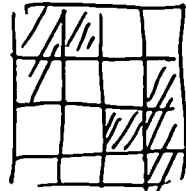
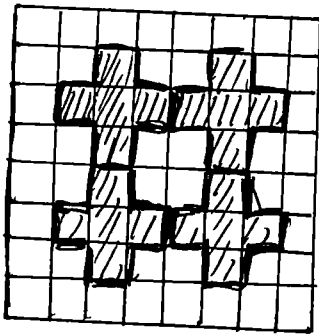
Линия отреза

Бланк ответов

Задача 3

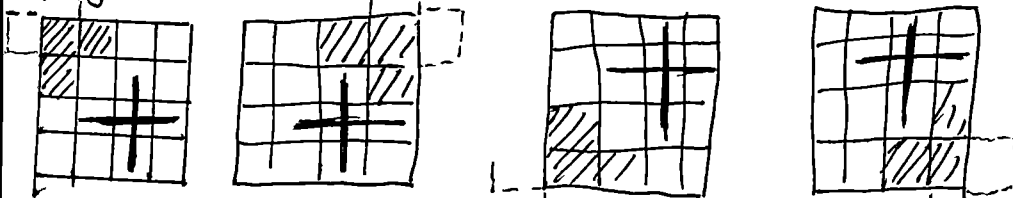
Ответ 4

Пример



Докажем, что, как бы мы ни расположили 3 пяти-клеточных креста на доске 8×8 , у нас останется часть доски, из которой будет вырезан еще один пятиклеточный крест. Пусть каждый крест занимает 5 клеток, всего будет вырезано $5 \cdot 3 = 15$ клеток. Тогда найдем квадрат 4×4 , у которого будет вырезано всего 3 клетки. (Докажем, что это правда. Пусть мы найдем квадрат 4×4 , у которого вырезано меньше 4 клеток. Тогда у каждого квадрата 4×4 вырезано максимум 4 клетки, значит, общее кол-во вырезанных клеток равно хотя бы $4 \cdot 4 - 16$. Противоречие, т.к. у нас общее кол-во вырезанных клеток равно 15.) Тогда докажем, что у квадрата 4×4 , у которого вырезано 3 клетки, которые являются частью креста, можно вырезать еще один крест.

Возможные варианты расположения 3 вырезанных клеток в квадрате 4×4 , которые являются частью креста и 5 клеток внутри квадрата 4×4 .



верный пример без сценки



Заметим, что во всех случаях у квадрата можно вырезать еще один крест из 5 клеток. Противоречие. Значит, как бы мы ни расположили 3 пятиклеточных креста, у квадрата 8×8 можно будет вырезать еще один крест. Значит, для того, чтобы условие выполнялось нужно хотя бы 4 креста.

Задача 1

Заметим, что

$f(11) = 1$	$f(44) = 4$	$f(77) = 7$
$f(22) = 2$	$f(55) = 5$	$f(88) = 8$
$f(33) = 3$	$f(66) = 6$	$f(99) = 9$

Рассуждения оставшиеся функции на тройки и пары
даны суммы в каждой тройке.

По условию $f(\overline{ab}) + f(\overline{bc}) + f(\overline{ca}) = abc$ Значит, если
 $f(\overline{ab}) + f(\overline{bc}) + f(\overline{ca}) = a+b+c$ (т.к. и у нас еще есть условие
что $f(\overline{ab}) = a$ или b

$$f(\overline{bc}) = b \text{ или } c$$

$$f(\overline{ca}) = c \text{ или } a$$

как именно?

Значит, нам нужно рассмотреть числа на тройки, где
каждая из цифр a, b, c будет в разряде единиц и де-
сятков и тогда сумма в каждой тройке будет равна $a+b+c$
Заметим, что цифра 1 в разряде единиц стоит
в 8 числах (21, 31, 41, ..., 91), в разряде десятков тоже
в 8 числах (12, 13, ..., 19). Аналогично с остальными
цифрами цифрами от 2 до 9. Значит, при делении
на тройки вида $a/b/c$ ($\overline{ab}, \overline{bc}, \overline{ca}$) каждая из цифр
будет входить ровно в 8 троек. Значит, при подсчете
итоговой суммы цифр в каждой группе, каждая
из 9 цифр будет входить в 8 групп. Значит,
при подсчете итоговой суммы каждая из 9 цифр
будет подсчитана 8 раз. Значит, итоговая сумма
будет равна $f(11) + f(22) + \dots + f(99) + 8(1+2+\dots+9) =$
 $= f(11) + f(22) + \dots + f(99) + 8(1+2+\dots+9) = 1+2+\dots+9 +$
 $+ 8(45) = 45 + 8 \cdot 45 = 9 \cdot 45 = 405$

Ответ 405

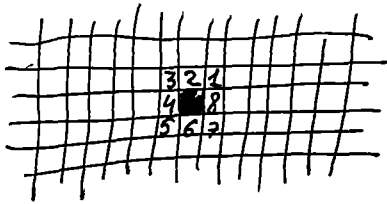
Линия отреза

Задача 2

Ответ вписывает Дима

Тактика за Диму

Найдем центральную клетку доски 2025×2025 . На рисунке ниже она будет заштрихована (это клетка, находящаяся в 2025 столбце и 2025 строке). Тогда первый своим ходом Дима „окрунит“ эту клетку или поочередно на рисунке



Значит, после первого хода Димы для Максима больше не будут доступны клетки центрального квадрата 3×3 ,

так как 8 клеток уже были использованы для нарисовки змей, а центральная линия квадрата 2025×2025 больше не доступна, т.к. „окруненные“ клетками, которые уже используются в змейках, т.е. теми клетками, через которые уже нельзя нарисовать змейку. Дальнейшая тактика Димы будет следующей: Максим будет рисовать какую-то змейку, а Дима будет рисовать змейку, которая будет симметрична змейке, нарисованной Максимом относительно центральной клетки квадрата 2025×2025 . Заметим, что т.к. обе стороны нашего квадрата четной длины, весь квадрат будет симметричен относительно центральной клетки (вниз и уже писал, какую клетку я назвал центральной). Заметим, что при такой тактике Димы, он вписывает независимо от хода Максима, т.к. если у Максима найдется ход, у Димы он тоже найдется, т.к. каждой клетке доски 2025×2025 соответствует ровно (1) клетка, симметричная относительно центральной клетки. Это стратегия верная без док-ва и почему Максим не может занять сразу две симметричные клетки? (+)

Задача 5

при $k=2$

$$(2-2)x^2 + (2-1)^2x + k = 0$$

$$0x^2 + x + 2 = 0$$

$x = -2 \leftarrow$ только 1 корень значит, $k = -2$ и погрешить

при $k \neq 2$ уравнение является квадратным относительно $x \Rightarrow$ имеет 2 различных решения при $D > 0$

$$D = b^2 - 4ac = (k-1)^2 - 4(k-2)k = (k^2 + 1 - 2k)(k^2 + 1 - 2k) - 4k(k-2) = k^4 + k^2 - 2k^3 + k^2 + 1 - 2k - 2k^3 - 2k + 4k^2 - 4k^2 + 8k = k^4 + 2k^2 - 4k^3 + 4k + 1 > 0 \Rightarrow k^4 + 2k^2 - 4k^3 + 4k + 1 > 0$$

Заметим, что, чтобы условие выполнялось верно, корни должны находиться в промежутке от 0 до 6

$$\lambda_6 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(k-1)^2}{2(k-2)}$$

$$\frac{-(k-1)^2}{2k-4} < 6$$

$$\frac{(k-1)^2}{2k-4} > -6$$

$$\frac{(k-1)^2 + 6}{2k-4} > 0$$

$$\frac{k^2 + 1 - 2k + 12k - 24}{2k-4} > 0$$

$$\frac{k^2 + 10k - 23}{2(k-2)} > 0$$

$$\frac{k^2 + 10k - 23}{k-2} > 0$$

$$k^2 + 10k - 23 = 0$$

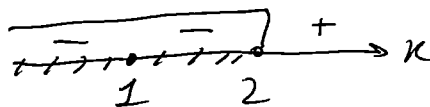
$$D = 100 + 92 = 192$$

$$k = \frac{-10 \pm \sqrt{192}}{2} = \frac{-10 \pm 4\sqrt{12}}{2} = -5 \pm 2\sqrt{12}$$

$$\frac{-5-2\sqrt{12}}{2} \quad \frac{-5+2\sqrt{12}}{2}$$

$$\frac{-(k-1)^2}{2k-4} > 0$$

$$\frac{(k-1)^2}{2k-4} < 0$$



$$k \in (-\infty, 2)$$

$$k \in (-5-2\sqrt{12}, 2) \cup (-5+2\sqrt{12}, +\infty)$$

Пересечение 2 промежутков нулевое

$$k \in (-5 - 2\sqrt{2}, 2)$$

Нам подходит несколько вариантов $x_8 \in (0, 5, 1, 5)$,
 $x_1 \in (0, 1)$, $x_2 \in (1, 2)$

$$x_8 \in (1, 5, 2, 5), x_1 \in (1, 2), x_2 \in (2, 3)$$

$$x_8 \in (2, 5, 3, 5) \left\{ \begin{array}{l} \text{почему?} \\ x_1 \in (2, 3), x_2 \in (3, 4) \end{array} \right.$$

$$x_8 \in (3, 5, 4, 5) \left\{ \begin{array}{l} x_1 \in (3, 4), x_2 \in (4, 5) \end{array} \right.$$

$$x_8 \in (4, 5, 5, 5), x_1 \in (4, 5), x_2 \in (5, 6)$$

Разберем конкретный случай

$$1) \frac{-(k-1)^2}{2k-4} > 0,5$$

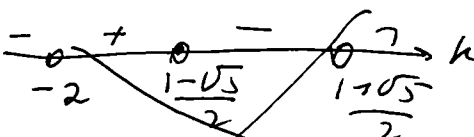
$$\frac{(k-1)^2}{2k-4} < -0,5$$

$$\frac{(k-1)^2}{2k-4} + 0,5 < 0$$

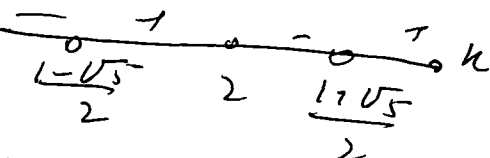
$$\frac{k^2 + 1 - 2k + k - 2}{2k - 4} < 0$$

$$\frac{k^2 - k - 1}{2k - 4} < 0$$

$$\frac{(k - \frac{1-\sqrt{5}}{2})(k - \frac{1+\sqrt{5}}{2})}{k-2} < 0$$



$$k \in (-\infty, -2) \cup (\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2})$$



$$k \in (-\infty, \frac{2-\sqrt{5}}{2})$$

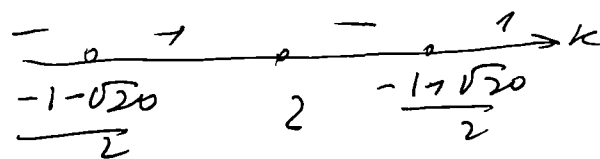
$$\frac{-(k-1)^2}{2k-4} < 1,5$$

$$\frac{(k-1)^2}{2k-4} > -1,5$$

$$\frac{k^2 + 1 - 2k + 3k - 6}{2k - 4} > 0$$

$$\frac{k^2 + k - 5}{2k - 4} \geq 0$$

$$\frac{(k - \frac{-1+\sqrt{20}}{2})(k - \frac{-1-\sqrt{20}}{2})}{2k-4} > 0$$



$$k \in (-\frac{1-\sqrt{20}}{2}, 2) \cup (-\frac{1+\sqrt{20}}{2}, \infty)$$

$$\text{значит, } k \in (-\frac{1-\sqrt{20}}{2}, \frac{2-\sqrt{5}}{2})$$

$$2) \frac{-(k-1)^2}{2k-4} > 1,5$$

$$\frac{(k-1)^2}{2k-4} < -1,5$$

$$\frac{k^2 + 1 - 2k + 3k + 6}{2k-4} < 0$$

$$\frac{k^2 - k - 5}{2k-4} < 0$$

