

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Л А Р И О Н О В А

Имя П О Л И Н А

Отчество Г Р И Г О Р Ь Е В Н А

Дата рождения 1 1 0 5 2 0 0 9

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 1

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных	☐ информатика	☐ история
☒ математика	☐ обществознание	☐ русский язык
☐ физика	☐ химия	

Класс

☐ 8	☐ 9	☐ 10	☒ 11
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--

Город участия

П	Е	Р	М	Ь															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

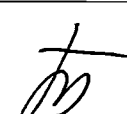
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	5	0	0					

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

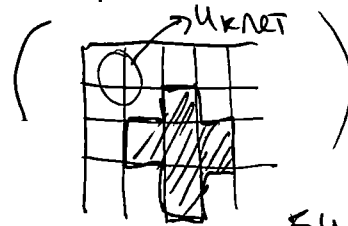
Линия отреза

Бланк ответов

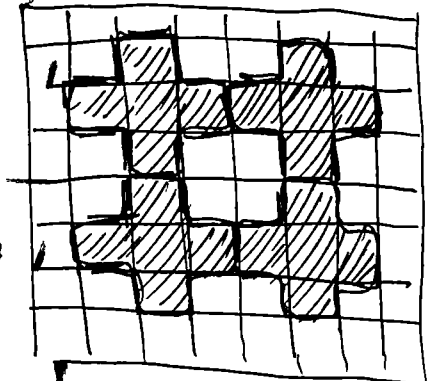
Задача 3

Ответ 4

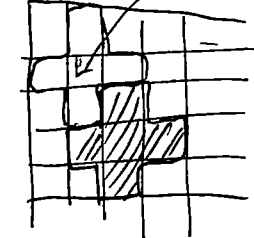
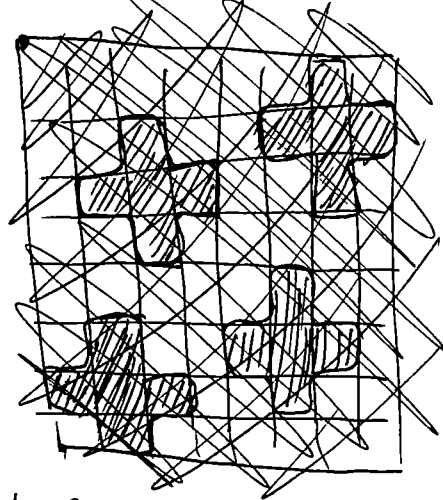
Позиция 4 клетки от края самая оптимальная



т.к. если сдвинуть крест на клетку в сторону от угла, между ними будет вписывать еще один крест. Если не сдвинуть крест в сторону угла, останется больше места.

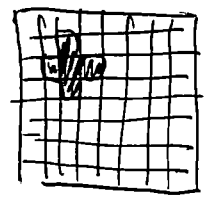


вернее правильно

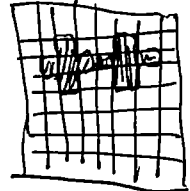


нет

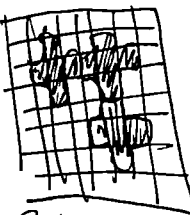
Посмотрим, сколько таких крестиков нам нужно



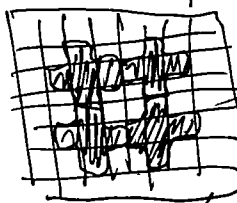
1-НЕ ХВАТАЕТ



2-НЕ ХВАТАЕТ



3-НЕ ХВАТАЕТ



и-между ними

Задача 1

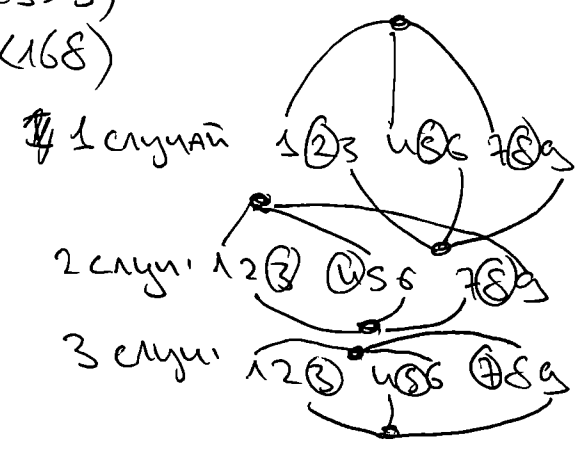
$f(a,b) \rightarrow a$ или b $f(b,c) \rightarrow b$ или c $f(c,a) \rightarrow c$ или a . т.к. произведение этих функций равно abc все значения этих функций различны (либо a , либо b , либо c) в противном случае произведение получилось бы ab^2 , a^3 , ac^2 и т.д. это значит, что их сумма $(f(a,b) + f(b,c) + f(c,a))$ различна $a+b+c$. Нам нужно найти сумму $f(1,1) + f(1,2) + f(1,3) + f(2,1) + f(2,2) + f(2,3) + f(3,1) + f(3,2) + f(3,3)$. мы и так знаем (но у нас $f(1,1) = 1$ или 1 ко $1 \leq 1 \rightarrow$ 1). Теперь найдем сумму оставшихся чисел. Выпишем все функции (без нуля, числа с нулем нет из функций). Наша задача разделить их на 3 группы по 3 числа (a, b и c) так, чтобы ни в одной группе не было повторяющейся пары и чтобы каждое число появлялось в паре с каждым другим из множества. Для начала разделим группы по порядку 123 и 56789



Международная олимпиада школьников УрФУ «Изумруд» 2025/26, 2 этап

123 мы рассмотрим такую сумму: $f(12)+f(23)+f(13)$
 но также нам надо рассмотреть эти числа в обратном порядке
 $f(21)+f(32)+f(13)$ мы знаем, чему равны эти суммы
 в дальнейшем мы посчитаем все суммы
 При таком распределении групп суммой ~~будет~~ будет сумма
 цифр ~~каждой~~ группы, умноженная на 2 (т.к. внутри группы мы
 рассматриваем 2 случая) Сумма равна $(1+2+3+4+5+6+7+8+9) \cdot 2 = 90$
 Рассмотрим следующие группы. Теперь ~~брать~~ числа из прошлых групп
 нельзя, поэтому берем по одному ~~брать~~ ^{брать} ~~каждой~~ ^{каждой} группе

- 123 456 789 для первого числа из первой группы
 рассмотрим 3 случая группировки
- 1) 1-е число в каждой группе (147)
 - 2) 2-е число из 2-й груп 3-е из 3-й (159)
 - 3) 3-е число из 2-й груп 2-е из 3-й (168)
- для второго также
- 1) 2-е число в каждой группе (258)
 - 2) 1-е из 2-й 1-е из 3-й (267)
 - 3) 1-е из 2-й 3-е из 3-й (279)
- и для 3-го
- 1) 3-е число из каждой (369)
 - 2) 1-е из 2-й, 2-е из 3-й (348)
 - 3) 2-е из 2-й, 1-е из 3-й (357)



рассуждение по формуле

это 3 случая как мы видим, при таком распределении никакие 2 числа не берутся дважды и ни одно число не ставится в пару с другим числом (т.к. берем всегда из разных групп с разных позиций)
 Сумма в этих 3-х случаях x
 $(1+2+3+9) \cdot 2 = 35$
 $(1+2+3+9) \cdot 2 = 35$
 $(1+2+3+9) \cdot 2 = 35$
 2 случая в каждой группе (с разным порядком) 3 распределения

Проверим, что мы посчитали все
 Сложим $f(12)+f(13)+f(23)+f(14)+f(15)+f(16)+f(17)+f(18)+f(19)+f(24)+f(25)+f(26)+f(27)+f(28)+f(29)+f(34)+f(35)+f(36)+f(37)+f(38)+f(39)+f(45)+f(46)+f(47)+f(48)+f(49)+f(56)+f(57)+f(58)+f(59)+f(67)+f(68)+f(69)+f(78)+f(79)+f(89)$

Общая сумма: $90+270=360$
 (или же можно записать так
 $45 \cdot 2 = 90$
 $45 \cdot 6 = 270$
 2 случая в каждой группе
 не забудем про $f(11)+f(22)+f(33)+f(44)+f(55)+f(66)+f(77)+f(88)+f(99) = 45$
 Итого $360+45=405$

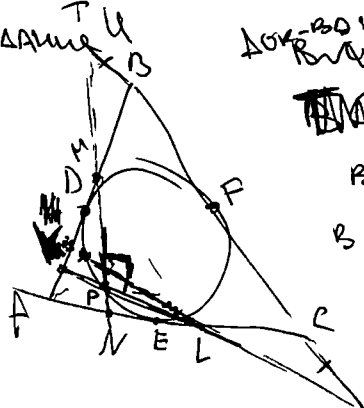
81-9=72 у нас получилось и по 3 группы
 1-е число из каждой группы и 2-е число из каждой группы
 $f(11)+f(22)+f(33)+f(44)+f(55)+f(66)+f(77)+f(88)+f(99) = 45$
 1-е число из каждой группы и 2-е число из каждой группы
 все правильно

Олег

3 Assume TU

ΔKTB is isosceles

ΔKTB is isosceles $KT=LB$



~~THEM~~ $BS=CT$

$$BC+CS = BC+TB \Rightarrow CS=TB$$

B and C are symmetric $HK=NL$

$$KM^2 = MP^2 + PK^2 \quad TS^2 = PT^2 + PS^2$$

$$NL^2 = PN^2 + PL^2$$

$$MP^2 + PK^2 = PN^2 + PL^2$$

$$MP^2 + PK^2 + PN^2 + PL^2 = 2(MP^2 + PK^2)$$

$$2(MP^2 + PK^2) = PT^2 + PS^2 \text{ wda}$$

(-)

Бланк ответов

Линия отреза

