

## Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К А Ю П О В

Имя Т А М Е Р Л А Н

Отчество А Й Р А Т О В И Ч

Дата рождения 22 08 2008

Город участия У Ф А

Аудитория 9 - 501

Дата 02 02 2026

Подпись

*Ка*

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026436081670

## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия У Р А

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов   Количество черновиков к проверке

Время выхода с     до

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 10 | 0 | 5 | 0 | - |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 0 | 5 | 0 | - |   |   |   |   |    |

Итоговый балл 25

Подпись  
члена жюри №1



Подпись  
члена жюри №2



Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



### Задание 1

Воспользуемся условием  $f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = abc$

$\square$   $x$  и  $y$  — две различные ненулевые цифры

Возьмем  $a=x$   $b=x$   $c=y$

Тогда  $f(\overline{xx}) f(\overline{xy}) f(\overline{yx}) = x \times y$

Так  $f(\overline{ab}) = a \vee b$ , то  $f(\overline{xx}) = x$

$\Rightarrow f(\overline{xy}) f(\overline{yx}) x = x \times y$ , так  $x$  — ненулевая цифра, сократим ее

Получаем  $f(\overline{xy}) f(\overline{yx}) = x y$

Так ~~следует~~  $f(\overline{xy}) = x \vee y$   $f(\overline{yx}) = y \vee x$  то возможные варианты для  $f(\overline{xy}) f(\overline{yx}) = x^2, y^2, xy$

Но так мы получили, что  $f(\overline{xy}) \cdot f(\overline{yx}) = xy \Rightarrow$

$\Rightarrow$  ~~хотя бы одно~~ одно из них даёт  $x$  а другое  $y \Rightarrow$

$\Rightarrow f(\overline{xy}) + f(\overline{yx}) = x + y \quad \checkmark$

Таким образом разобьем наши слагаемые на пары

$$\begin{aligned} \Sigma = & \underbrace{f(12)+f(21)}_{1+1} + \underbrace{f(13)+f(31)}_{1+1} + \underbrace{f(14)+f(41)}_{1+1} + \underbrace{f(15)+f(51)}_{1+1} + \underbrace{f(16)+f(61)}_{1+1} + \underbrace{f(17)+f(71)}_{1+1} + \underbrace{f(18)+f(81)}_{1+1} + \underbrace{f(19)+f(91)}_{1+1} \\ & + \underbrace{f(23)+f(32)}_{2+1} + \underbrace{f(24)+f(42)}_{2+1} + \underbrace{f(25)+f(52)}_{2+1} + \underbrace{f(26)+f(62)}_{2+1} + \underbrace{f(27)+f(72)}_{2+1} + \underbrace{f(28)+f(82)}_{2+1} + \underbrace{f(29)+f(92)}_{2+1} \\ & + \underbrace{f(34)+f(43)}_{3+1} + \underbrace{f(35)+f(53)}_{3+1} + \underbrace{f(36)+f(63)}_{3+1} + \underbrace{f(37)+f(73)}_{3+1} + \underbrace{f(38)+f(83)}_{3+1} + \underbrace{f(39)+f(93)}_{3+1} \\ & + \underbrace{f(45)+f(54)}_{4+1} + \underbrace{f(46)+f(64)}_{4+1} + \underbrace{f(47)+f(74)}_{4+1} + \underbrace{f(48)+f(84)}_{4+1} + \underbrace{f(49)+f(94)}_{4+1} \\ & + \underbrace{f(56)+f(65)}_{5+1} + \underbrace{f(57)+f(75)}_{5+1} + \underbrace{f(58)+f(85)}_{5+1} + \underbrace{f(59)+f(95)}_{5+1} \\ & + \underbrace{f(67)+f(76)}_{6+1} + \underbrace{f(68)+f(86)}_{6+1} + \underbrace{f(69)+f(96)}_{6+1} \\ & + \underbrace{f(78)+f(87)}_{7+1} + \underbrace{f(79)+f(97)}_{7+1} + \underbrace{f(89)+f(98)}_{8+1} \end{aligned}$$

Заметим, что каждую группу можно представить как сумму цифр  $1+2+3+4+5+6+7+8+9$  разложен с учетом 1



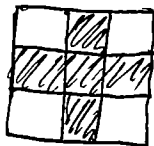
$$\Sigma = \frac{3+10}{2} 8 + \frac{5+17}{2} 7 + \frac{7+19}{2} 6 + \frac{9+21}{2} 5 + \frac{11+23}{2} 4 + \frac{13+25}{2} 3 + \frac{15+27}{2} 2 + \frac{17+29}{2} 1$$

$+ 1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 405$

Ответ 405

### Задача 3

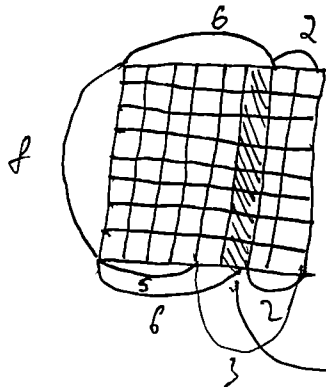
Заметим, что пятиклеточный крест всегда можно вырезать из квадрата  $3 \times 3$



Докажем, что в квадрате  $6 \times 6$  всегда можно вырезать четыре квадрата  $3 \times 3$  ✓

И это не так тогда попытаемся в квадрате  $6 \times 6$  вырезать три квадрата  $3 \times 3$  чтобы после этого было вырезать четвертый

мысленно  
Поделим квадрат  $6 \times 6$  на прямоугольники  $6 \times 6$  и  $2 \times 6$



что чтобы

Заметим, что чтобы в прямоугольнике  $6 \times 6$  вырезать крест

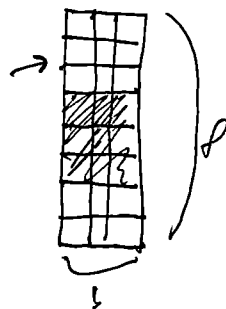
было вырезать еще квадрат, ну так как минимум два

квадрата  $3 \times 3$  (и в этом они не могут сойтись с краем (отметить на рисунке штрихами))

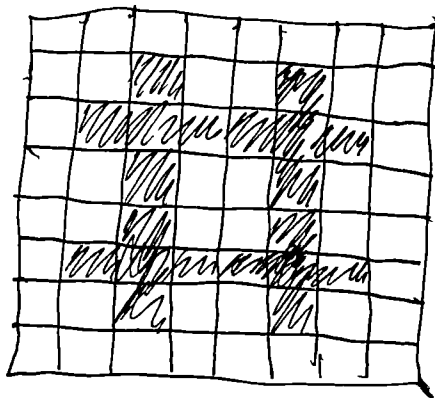
оценки не год,  
но пример верный

Но границе прямоугольника  $2 \times 6$  заметим, что только в него мы можем поместить третий квадрат (т.е. прямоугольник  $5 \times 6$  мы уже закрываем) куда бы мы не поставили третий квадрат мы всегда сможем вырезать четвертый квадрат

Таким образом в квадрате  $6 \times 6$  всегда можно вырезать 4 квадрата  $3 \times 3$  то есть если вернуться к условию нашей задачи, то нужно найти 4 пятиклеточных креста



Пример для 4 крестов:

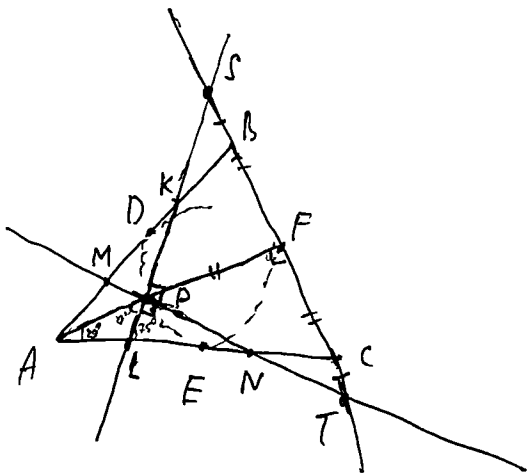


Осталось 4

Задача 4

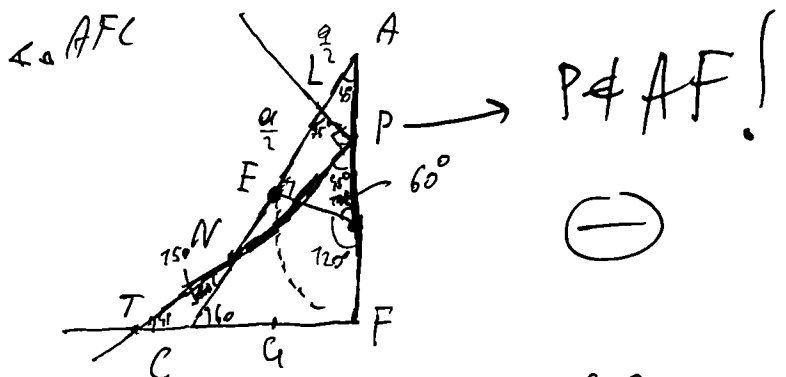
~~В  $\triangle SPT$  высота  $AP$  перпендикулярна  $ST$  и  $P$  — середина  $ST$ .  
 $\triangle SPT \sim \triangle PFT$ ,  $FT = FS$ ,  $P'F \perp BC \Rightarrow \triangle P'FT \sim \triangle PFS \Rightarrow$   
 ~~$\triangle P'FT = \triangle PFS$~~~~

из  $\triangle SPT$ ;  $F$  — серед  $BC$  и  $SB = CT$   $\Rightarrow SF = FT \Rightarrow PF$  — медиана в равнобедренном  $\triangle SFT$   
 $\Rightarrow PF = SF = FT \Rightarrow \angle FPF = 45^\circ = \angle PTF = \angle FPT$  Следовательно,  
 $PF \perp BC \Rightarrow P \in [AF]$  Тогда рисунок выглядит так



$PF$  и  $AF$  принадлежат одной прямой  $AF$  и  $AB \perp AC \Rightarrow P \in AF$   
 $\Rightarrow PF$  — диаметр и  $PF = FT = SF$

Удобно доказать, что  $MK + LN = ST$  доказав, что  $LN$  или  $MK$  — диаметр окружности  $(PF)$   
 и  $PF = FT$  и  $MK = LN$  (у нас в итоге)



В треугольнике  $CF = a$  тогда  
 $PF$  как диаметр окружности  $\sqrt{3}a$   
 $AP = \sqrt{3}a \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}a}{3}$

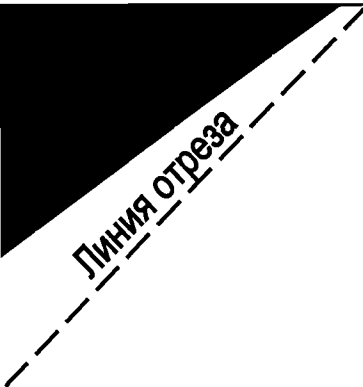
$\Rightarrow TF = PF = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$   
 По теореме Пифагора в  $\triangle LAP$ , то  
 $LP = \frac{AP}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{6}$   
 По теореме Пифагора  $\angle 15^\circ = \frac{LP}{AL}$   
 $AL = \frac{LP}{\tan 15^\circ} = \frac{\sqrt{3}a}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow CL = 2a - \frac{a}{2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow EL = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$   
 По теореме Пифагора в  $\triangle CLE$ , то  $CE = \frac{a}{2}$   
 Нам нужно доказать, что  $EL = NE$ , и  $CF = \frac{a}{2}$   
 По теореме Пифагора, то  $CL = NE$   
 Таким образом  $NE + NL = TF$  и в силу симметрии  $MK = PF$   
 Таким образом,  $NL + MK = SF + FT = ST$

## Задача 2

Заметим, что игроки знаясь могут заключить  
некоторые сделки около границы так, что между ними и  
границей будет произведена еще одна сделка





Бланк ответов

