



2026995067121

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Б У З М А К О В

Имя А Р Т Е М

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В И Ч

Дата рождения 1 5 1 2 2 0 2 0

Город участия Н О В О У Р А Л Ь С К

Аудитория 3 2 3

Дата 1 2 1 2 2 0 2 0

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных	☐ информатика	☐ история
☒ математика	☐ обществознание	☐ русский язык
☐ физика	☐ химия	

Класс

☐ 8	☐ 9	☐ 10	☒ 11
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--

Город участия

Н	О	В	О	У	Р	А	Л	Ь	С	К									
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Заполняется организаторами

Количество доп. листов **Количество черновиков к проверке**

Время выхода с **до**

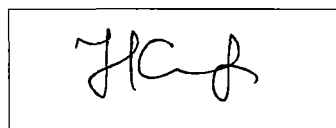
Протокол проверки

Заполняется жюри

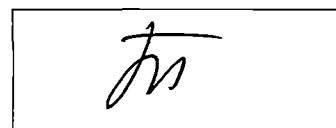
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	1	1	5	1	20					
Балл члена жюри №2	1	1	5	1	20					

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Задание 5

$$A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5), \quad B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$$

$x_1 \in A$ и $x_2 \in B$. Найдите все значения k , при которых уравнение $(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$ имеет корни x_1 и x_2 .

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

$$kx^2 - 2x^2 + k^2x - 2kx + x + k = 0$$

$$(kx^2 - 2x^2 + x) + (k^2x - 2kx + k) = 0$$

$$x(kx - 2x + 1) + k(kx - 2x + 1) = 0$$

$$(x+k)(kx - 2x + 1) = 0$$

Значит, $x = -k$ или $kx - 2x + 1 = 0$

$$kx - 2x = -1$$

$$x = \frac{-1}{k-2}$$

Но мы не знаем где x_1 и x_2 , а значит рассмотрим 2 случая

$$\begin{cases} -k = x_1 \\ -\frac{1}{k-2} = x_2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} -k = x_2 \\ -\frac{1}{k-2} = x_1 \end{cases} \quad \checkmark$$

Так как $x_1 \in A$, а $x_2 \in B$ - множества, которые не пересекаются, то $x_1 \neq x_2$, а значит каждая система при нахождении нужного параметра будет давать 2 различных решения, как и требуется в условии

$$\textcircled{I} \begin{cases} k = -x_1 \\ \frac{1}{k-2} = -x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \in (-5, -4), (-3, -2), (-1, 0) \\ \frac{1}{k-2} \in (-6, -5), (-4, -3), (-2, -1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \in (-5, -4), (-3, -2), (-1, 0) \\ -6 < \frac{1}{k-2} < -5, \quad -4 < \frac{1}{k-2} < -3, \quad -2 < \frac{1}{k-2} < -1 \end{cases}$$

$$a) -6 < \frac{1}{k-2} < -5, \quad \begin{cases} \frac{1}{k-2} > -6 \\ \frac{1}{k-2} < -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{k-2} + 6 > 0 \\ \frac{1+6k-12}{k-2} > 0 \\ \text{или} \frac{6k-11}{k-2} > 0, \quad (k-\frac{11}{6})(k-2) > 0 \quad | \quad k \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \frac{11}{6} \quad 2 \end{array} \rightarrow k < \frac{11}{6}, \quad k > 2$$

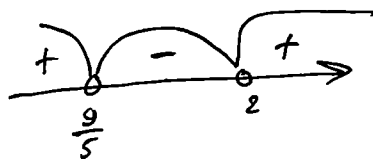
$$\frac{1}{k-2} < -5$$

$$\frac{1}{k-2} + 5 < 0;$$

$$\frac{1+5k-10}{k-2} < 0$$

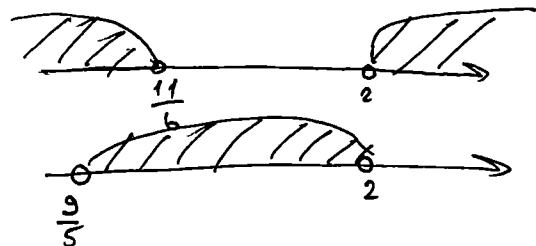
$$\frac{5(k-\frac{9}{5})}{k-2} < 0$$

$$(k-\frac{9}{5})(k-2) < 0, k \neq 2$$



$$\frac{9}{5} < k < 2$$

$$\begin{cases} k < \frac{11}{6}, k > 2 \\ \frac{9}{5} < k < 2 \end{cases}$$



$$\boxed{\frac{9}{5} < k < \frac{11}{6}}$$

$$\delta) -4 < \frac{1}{k-2} < -3$$

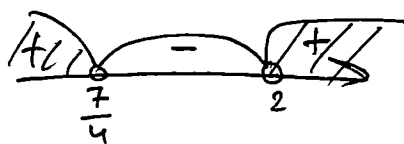
$$\begin{cases} \frac{1}{k-2} > -4 \\ \frac{1}{k-2} < -3 \end{cases}$$

$$1 + \frac{1}{k-2} + 4 > 0$$

$$\frac{1+4k-8}{k-2} > 0$$

$$\frac{4k-7}{k-2} > 0$$

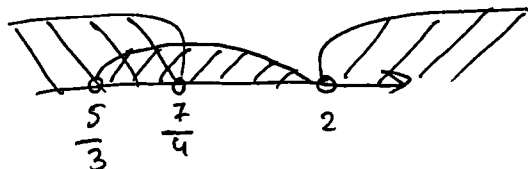
$$(k-\frac{7}{4})(k-2) > 0, k \neq 2$$



$$2 \frac{1}{k-2} + 3 < 0$$

$$\frac{1+3k-6}{k-2} < 0, \frac{3k-5}{k-2} < 0, (k-\frac{5}{3})(k-2) < 0, k \neq 2$$

$$\begin{cases} k < \frac{7}{4}, k > 2 \\ \frac{5}{3} < k < 2 \end{cases}$$



$$\boxed{\frac{5}{3} < k < \frac{7}{4}}$$

$$\text{б) } -2 < \frac{1}{k-2} < -1$$

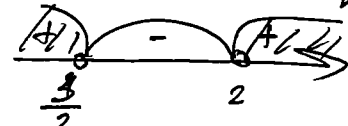
$$\begin{cases} \frac{1}{k-2} > -2 \\ \frac{1}{k-2} < -1 \end{cases}$$

$$1 + \frac{1}{k-2} + 2 > 0$$

$$\frac{1+2k-4}{k-2} > 0$$

$$\frac{2(k-\frac{3}{2})}{k-2} > 0$$

$$(k-\frac{3}{2})(k-2) > 0, k \neq 2$$



$$2 \frac{1}{k-2} < -1$$

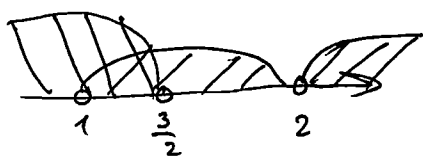
$$\frac{1}{k-2} + 1 < 0$$

$$\frac{1+k-2}{k-2} < 0$$

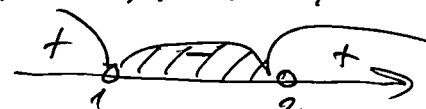
$$\frac{k-1}{k-2} < 0$$

$$(k-1)(k-2) < 0, k \neq 2$$

$$\begin{cases} k < \frac{3}{2}, k > 2 \\ 1 < k < 2 \end{cases}$$



$$\boxed{1 < k < \frac{3}{2}}$$



$$\text{Итак, } \begin{cases} k \in (-5, -4), (-3, -2), (-1, 0) \\ k \in (1, \frac{3}{2}), (\frac{5}{3}, \frac{7}{4}), (\frac{9}{5}, \frac{11}{6}) \end{cases}$$

- данная система не имеет решений, знаем

$$k \neq -x_1$$

$$\frac{1}{k-2} \neq -x_2$$

Линия отреза

Задача 5

II

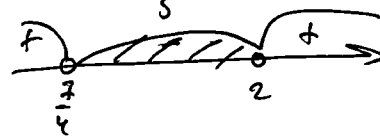
$$\begin{cases} k = -x_2 \\ \frac{1}{k-2} = -x_1 \end{cases} \begin{cases} k \in (-6, -5), (-4, -3), (2, 1) \\ \frac{1}{k-2} \in (-5, -4), (-3, -2), (-1, 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \in (-6, -5), (-4, -3), (2, 1) \\ -5 < \frac{1}{k-2} < -4, -3 < \frac{1}{k-2} < -2, -1 < \frac{1}{k-2} < 0 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} \frac{1}{k-2} > -5 & 1 \quad \frac{1}{k-2} + 5 > 0, \quad 5(k - \frac{9}{5})(k-2) > 0, k \neq 2 \\ \frac{1}{k-2} < -4 \end{cases}$$

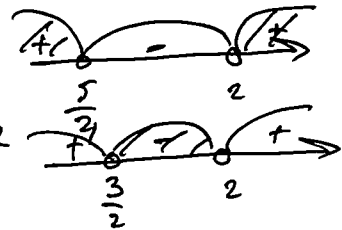


$$2 \quad \frac{1}{k-2} + 4 < 0, \quad (k-2)(k - \frac{7}{4}) < 0, k \neq 2$$



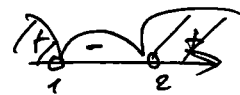
$$\begin{cases} k < \frac{9}{5}, k > 2 \\ \frac{7}{4} < k < 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{7}{4} < k < \frac{9}{5}}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{k-2} > -3 & 1 \quad \frac{1}{k-2} + 3 > 0, \quad (5 - \frac{5}{3})(k-2) > 0, k \neq 2 \\ \frac{1}{k-2} < -2 & 2 \quad \frac{1}{k-2} + 2 < 0, \quad (k - \frac{3}{2})(k-2) < 0, k \neq 2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} k < \frac{5}{3}, k > 2 \\ \frac{3}{2} < k < 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{3}{2} < k < \frac{5}{3}}$$

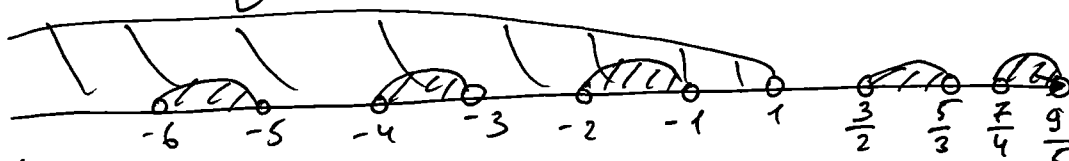
$$b) \begin{cases} \frac{1}{k-2} > -1 & 1 \quad \frac{1}{k-2} + 1 > 0, \quad (k-1)(k-2) > 0, k \neq 2 \\ \frac{1}{k-2} < 0 & 2 \quad \frac{1}{k-2} < 0, \quad k < 2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} k < 1, k > 2 \\ k < 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{k < 1}$$

(+)

$$2) \begin{cases} k \in (-6, -5), (-4, -3), (-2, -1) \\ k \in (-\infty, 1), (\frac{3}{2}, \frac{5}{3}), (\frac{7}{4}, \frac{9}{5}) \end{cases}$$



Итак, решение системы являются такие значения k
 $k \in (-6, -5), (-4, -3), (-2, -1)$

То уравнение имеет корни x_1 и x_2 при $k \in (-6, -5), (-4, -3), (2, 1)$

III) Для проверки рассмотрим $k \neq 0$.

$$(0-2)x^2 + (0-1)^2 k + 0 = 0$$

$$-2x^2 + k = 0$$

$$x(-2x+1) = 0$$

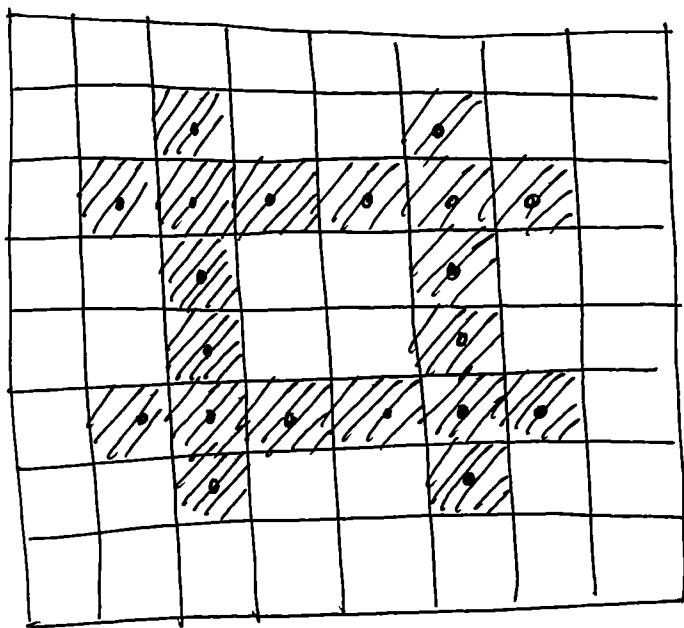
$$x = 0, \quad x = \frac{1}{2} \text{ при}$$

$0 \notin A, 0 \notin B \Rightarrow k = 0$ ур-е не имеет корней x_1 и x_2

Ответ $(-6, -5), (-4, -3), (-2, -1)$

Задача 3

Изобразим доску 8×8 на рисунке



Наименьшее количество 5-клеточных крестов, которые можно вписать так, чтобы из оставшейся части нельзя было вырезать еще один - 4. Такое возможно если расположить кресты как на рисунке. При таком расположении количество взаимных касаний крестов минимально, а значит клетки около крестов не используются, при этом эти 4 креста

и клетки около них образуют квадрат 6×6 и вокруг остается только рамка, а значит ширина не использованного пространства 1 клетка, а ширина необходимая кресту - 3 клетки. Значит в рамку и пространство между крестами ни один крест не поместится, что и требуется, по условию задания. Итак, наименьшее количество таких крестов - 4.

Ответ 4



Бланк ответов

Линия отреза

