



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

Ч Е Р А А Н Ц Е В

Имя

А Р Т Е М

Отчество

А Е Н И С О В И Ч

Дата рождения

05 05 2008

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория

Ч 18

Дата

02 02 2026

Подпись

Черданцев

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026465010964

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	20	—	0					
Балл члена жюри №2	0	20	20	—	0					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

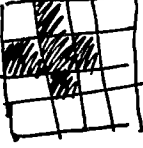
Подпись
члена жюри №2

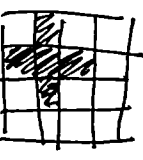
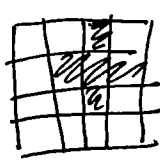
Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

53

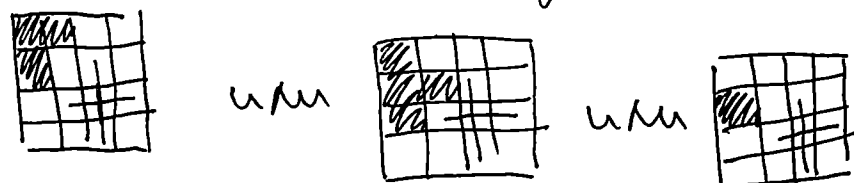
Рассмотрим доску 4×4 и перенесём эту задачу на неё, но с возможностью ^(вырезать) расставлять кресты:  , тогда переберём всех возможных случаев поместить на доске 4×4 должно быть вырезано ≥ 5 клеток, чтобы не было возможности вырезать крест

1) Если на доске вырезан полный крест: ,

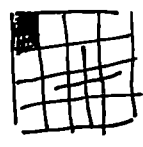
где этого случая достаточно, что нельзя вырезать ещё один, а остальные 3 способа вырезать крест образующие поворотами доски на 90° по часовой стрелке  $\rightarrow$  и т.д.

$\Rightarrow$ в этом случае достаточно хотя бы 1 полный крест
 $\Rightarrow$ хотя бы 5 клеток

2) Если на доске вырезан неполный крест

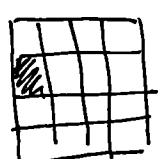


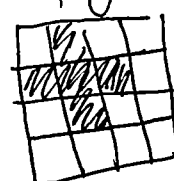
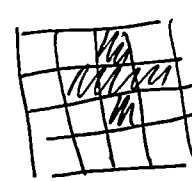
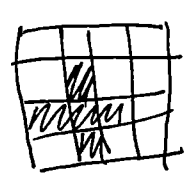
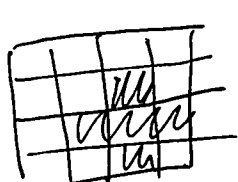
Обсуждаю, что где-то из случаев существует
 крест, указанный на рисунке как , который
 можно вырезать. И Аналогично ^{пункту 2)} все остальные,
 возможные случаи покрываются либо поворотами,
 либо симметрией. Кроме



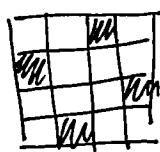
как тут так же
 есть пример 
 $\Rightarrow$ если на доске 4×4 вырезать всего 1 неполный
 квадрат ^(крест) $\Rightarrow$ в нем всегда можно вырезать ещё
 1 полный $\Rightarrow$ в этом случае должно быть ≥ 5
 вырезанных клеток

3) Последний случай, когда на доске вырезано
 несколько ^(крест) неполных квадратов.

а) , в этом случае, либо на доске

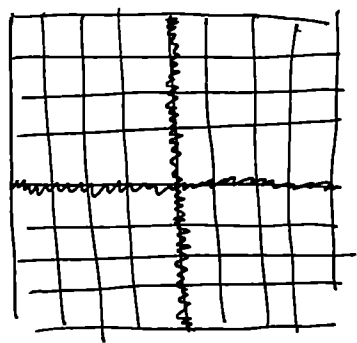
было вырезано < 5 клеток, либо можно в конце
 из вырезанных частей крестов   
 (всего 4 случая)
 должно быть закрашено ≥ 1 клетка

и в нашем случае это возможно, только
когда в наименее возможных крестов ровно 1 закра-
(вырезанная)
шенная клетка, иначе кол-во вырезанных клеток уже 5



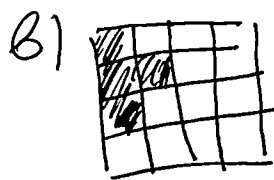
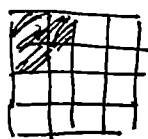
, то мы будем рассматривать восьмику

8×8 и разобьем ее на квадраты 4×4



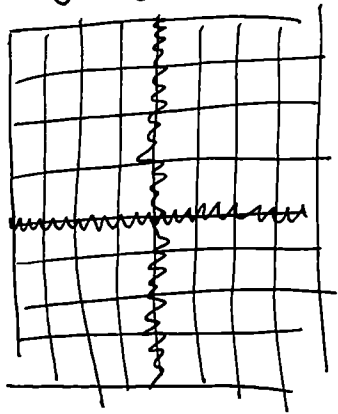
Для такой расстановки этот случай
невозможен, т.к. стороны 4×4 совпадают
и если на краях не может быть
нескольких квадратов
 $\Rightarrow$ кол-во вырезанных ≥ 5

Объединим пункты 8) и 9)
аналогично пункту а) где



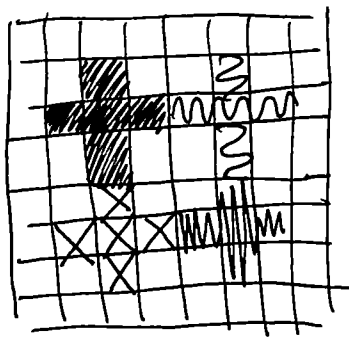
каждого из случаев р-и и концы креста внутри
и в пункте 8) нужно вырезать ≥ 2 клеток, а в пункте
б) $\geq 1 \Rightarrow$ всего это ≥ 5 вырезанных клеток!

Мы рассмотрим все возможные способы
разрезания квадрата $n \times n$ где n — число строк.
 Для каждого из 4 таких квадратов
 кол-во всех разрезов $\geq 5 \Rightarrow$ где всего квадрата 8×8
 кол-во клеток $\geq 4 \cdot 5 = 20$



$\Rightarrow$ Это как минимум 4 клетки клеток
 креста

Пример на 4 креста.



← Пример работает т.к. первая строка
 еще есть крест

Ответ 4 +

Линия отреза

Не доказано, что Максим не сможет
покрыть змейкой две центрально
симметричные клетки

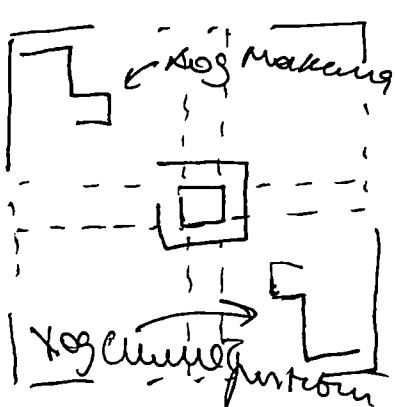
52

Вырабат Первой (то есть Диня) независимо
от чьей очереди. Вот победная стратегия.
Первым ходом он рисует змею вокруг центральной
клетки

1	2	3
8	0	4
7	6	5

и на каждый свой следующий

ход делает симметрично Максиму относительно
центральной клетки, вот пример.



(за ход он тоже рисовал змейку)
⇒ на каждый свой ход Диня будет
ходить симметрично и на каждый
ход Максима сможет нарисовать такую же
змею ⇒ пока может сделать ход Максим, Диня
тоже может его сделать ⇒ Диня нарисует
последнюю змейку. И очевидно, что так все ходы
Дини симметричны, он всегда сможет сделать
ход аналогичный Максиму ⇒ стратегия работает

Ответ Диня

~~Д~~

55

при $k=2$ уравнение имеет вид,

$$(2-1)^2 x + 2 = 0 \Rightarrow \text{это линейное уравнение и}$$

оно имеет одну корень $\Rightarrow k \neq 2$

разделим $(k-2)x^2 + (k-1)^2 x + k = 0 \quad | : (k-2)$

$$= x^2 + \frac{(k-1)^2}{k-2} x + \frac{k}{k-2} = 0$$

по Т Виета

$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{k}{k-2} \\ x_1 + x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases}$$

и теперь р-м все в возможных $x_1 \in A$, отсюда

1) $x_1 = 0 \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x_2 = +\frac{1}{2}$, но $\frac{1}{2} \notin B$

- не подходит

2) $x_1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{k}{k-2} \\ 1 + x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases}$

подставим
 x_2 во второе
уравнение

$$1 + \frac{k}{k-2} = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \quad | \cdot (k-2)$$

$$k-2+k+(k-1)^2=0 \Rightarrow k^2-1=0$$

$$\Rightarrow k = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -1 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \notin B$$

$$\begin{cases} 2x_2 = \frac{k}{k-2} \\ 2+x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{k}{2(k-2)} \\ 2+x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases}$$

аналогично подставим x_2 во второе уравнение

$$2 + \frac{k}{2(k-2)} = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \quad | \cdot 2(k-2)$$

$$4(k-2) + k = -2(k-1)^2$$

$$2k^2 - 4k + 2 + 4k - 8 + k = 0$$

$$2k^2 + k - 6 = 0$$

$$k_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{4}, \quad \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ k = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{1,5}{2 \cdot (-0,5)} = -1,5 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{cases} \notin B$$

$$4) x_1 = 3$$

$$\begin{cases} 3x_2 = \frac{k}{k-2} \\ 3+x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{k}{3(k-2)} \\ 3 + \frac{k}{3(k-2)} = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases} \quad | \cdot 3(k-2)$$

$$3 + \frac{k}{3(k-2)} = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \quad | \cdot 3(k-2)$$

$$9(k-2) + k + 3(k-1)^2 = 0$$

$$3k^2 - 6k + 3 + 9k - 18 + k = 0$$

$$3k^2 + 4k - 15 = 0$$

$$k_{1,2} = \frac{-4 \pm 14}{6}, \quad \begin{cases} k = \frac{5}{3} \\ k = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{3} \\ x_2 = \frac{1}{5} \end{cases} \notin B$$

$$5) x_1 = 4$$

$$\begin{cases} 4x_2 = \frac{k}{k-2} \\ 4 + x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases} \Rightarrow x_2 = \frac{k}{4(k-2)}$$

подставляем во второе уравнение

$$4 + \frac{k}{4(k-2)} = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \quad | \cdot 4(k-2)$$

$$16(k-2) + k + 4(k-1)^2 = 0$$

$$4k^2 - 8k + 4 + 16k - 32 + k = 0$$

$$4k^2 + 9k - 28 = 0$$

$$k_{1,2} = \frac{-9 \pm 23}{8}; \begin{cases} k = \frac{7}{4} \\ k = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -\frac{7}{4} \\ x_2 = \frac{1}{6} \end{cases} \notin B$$

$$6) x_1 = 5$$

$$\begin{cases} 5x_2 = \frac{k}{k-2} \end{cases} \Rightarrow x_2 = \frac{k}{5(k-2)}$$

$$\begin{cases} 5 + x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases} \quad \text{подставляем во второе уравнение}$$

$$5 + \frac{k}{5(k-2)} = -\frac{(k-1)^2}{k-2} \quad | \cdot 5(k-2)$$

$$25(k-2) + k + 5(k-1)^2 = 0$$

$$5k^2 - 10k + 5 + 25k - 50 + k = 0$$

$$k - 45 = 0$$

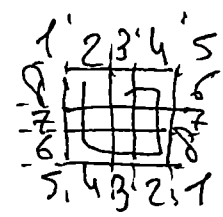
$$x_2 = \frac{-16 \pm 34}{10}, \quad \begin{cases} k = \frac{3}{5} \\ k = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{3}{5} \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{9}{5} \\ x_2 = \frac{1}{7} \notin \beta \end{cases}$$

$\Rightarrow$ тем при наших k уравнение $(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$ не имеет двух таких корней, что $x_1 \in A, x_2 \in \beta$

Ответ тем таких k рассматриваются $x_1 \in A$
 β_2 (дополнение)

Строго докажем, что Дима всегда может сделать ход. Тогда найдем от обратного и предположим, что от не может ходить $\Rightarrow$ на всем доске предыдущим ходом закрасил квадратом 4 противоположные клетки (относительно центра), то доску первым ходом ^{Дима} закрасит центральные 4 клетки $3 \times 3 \Rightarrow$ закрасит 4 клетки

1 и 1 симметрично 2 и 2 и т.д. 8 и 8, 2 и 2 дитя земли = 8 $\Rightarrow$ нужно закрасить хотя бы 9 клеток



за ход, чтобы закрасить 2 противоположные противоположные и так аналогично для всех еще сильнее удваивается группа симметричных клеток $\Rightarrow$ тем предположение неверно $\Rightarrow$ Дима всегда может ходить по своей стратегии

51

beginnen $a=b=c$

$$\Rightarrow f(\overline{aa}) f(a\overline{a}) f(\overline{aa}) = a^3$$

$$\Rightarrow f^3(\overline{aa}) = a^3 \Rightarrow f(\overline{aa}) = a$$

beginnen $a=b \Rightarrow f(11) = 1, f(22) = 2, f(33) = 9$

$$\Rightarrow f(\overline{aa}) f(\overline{ac}) f(\overline{ca}) = a^2$$

"
 a

$$\Rightarrow a f(\overline{ac}) f(\overline{ca}) = a^2 c \quad | : a$$

$$f(\overline{ac}) f(\overline{ca}) = ac$$

$\Downarrow$

$$\left(\begin{array}{l} f(\overline{ac}) = \frac{ac}{f(\overline{ca})} \\ f(\overline{ca}) = \frac{ac}{f(\overline{ac})} \end{array} \right) \Rightarrow f(\overline{ac}) + f(\overline{ca}) =$$

$$f(11) + f(22) + f(33) = 1 + 2 + 9 = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$$