



Направление

☐	анализ данных	☐	информатика	☐	история
☒	математика	☐	обществознание	☐	русский язык
☐	физика	☐	химия		

Фамилия С М И Р Н О В А

ИМЯ К С Е Н И Я

Отчество

Дата рождения 16 05 2008

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория

Дата 02 02 2026

Подпись



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026265069472

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных	☐ информатика	☐ история
☒ математика	☐ обществознание	☐ русский язык
☐ физика	☐ химия	

Класс

☐ 8	☐ 9	☐ 10	☒ 11
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--

Город участия

Е	К	А	Т	Е	Р	И	Н	Б	У	Р	Г								
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Заполняется организаторами

Количество доп. листов **Количество черновиков к проверке**

Время выхода с **до**

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	<input checked="" type="text"/>		<input checked="" type="text"/>							
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Задача №1

$$\begin{cases} f(13) = 1 \\ f(13) = 3 \end{cases}$$

a, b, c — ненулевые цифры

$$f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = abc$$

$$f(11) + f(19) + f(21) + \dots + f(29) + \dots + f(91) + \dots + f(99) = ?$$

Заметим, что в десятках встречаются числа-палиндромы (по одному на десятку), например 11, 22, 33 и т.д. Очевидно, что тогда функции от этого числа может принимать лишь одно значение (так, $f(11) = 1$).

Пусть $b = c = k$. Тогда $f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = abc$ можно записать так

$$f(\overline{ak}) f(\overline{kk}) f(\overline{ka}) = a k k, \text{ то есть } f(\overline{ak}) k f(\overline{ka}) = a k^2$$

a, b, c — ненулевые цифры, то есть левую и правую часть выражения $\uparrow$ мы можем разделить на k . Получим $f(\overline{ak}) f(\overline{ka}) = a k$, то есть у двухзначных чисел, полученных перестановкой цифр друг друга (21 и 12, например), функция обязательно принимает разные значения, иначе $f(\overline{ak}) f(\overline{ka})$ равнялось бы k^2 или a^2 .

Зная это, посчитаем суммы значений функций для чисел в разных десятках и для чисел, полученных перестановкой цифр этих чисел (потом 2, так считали 2 раза одни и те же числа, затем учтем палиндромы) для разных десятков (считаем для разных первых цифр чисел).

Для 1

$$f(12) + f(21) = 2 + 1 = 3$$

$$f(13) + f(31) = 3 + 1 = 4$$

$$\frac{3+10}{2} \cdot 8^4 = 134 = \underline{52}$$

$$f(19) + f(91) = 9 + 1 = 10$$

Ques 2

$$f(21) + f(12) = 2 + 1 = 3$$

$$f(22) = 2$$

$$f(23) + f(32) = 3 + 2 = 5$$

$$f(29) + f(92) = 9 + 2 = 11$$

~~Ques 1~~

$$\frac{3+11}{2} \cdot 9 - f(22) \cdot 2 = \frac{14}{2} \cdot 9 - 4 = 7 \cdot 9 - 4 = 63 - 4 = \underline{59}$$

~~f(33) \cdot 2~~

$$\frac{4+12}{2} \cdot 9 - 3 \cdot 2 = \frac{16}{2} \cdot 9 - 6 = 72 - 6 = \underline{66}$$

Ques 3

$$f(31) + f(13) = 1 + 3 = 4$$

$$f(32) + f(23) = 2 + 3 = 5$$

$$f(39) + f(93) = 9 + 3 = 12$$

Ques 4

$$f(41) + f(14) = 4 + 1 = 5$$

$$f(42) + f(24) = 2 + 4 = 6$$

$$f(49) + f(94) = 4 + 9 = 13$$

Ques 5

$$f(51) + f(15) = 5 + 1 = 6$$

$$f(52) + f(25) = 5 + 2 = 7$$

$$f(59) + f(95) = 5 + 9 = 14$$

Ques 6

$$f(61) + f(16) = 6 + 1 = 7$$

$$f(62) + f(26) = 6 + 2 = 8$$

$$f(69) + f(96) = 6 + 9 = 15$$

Ques 7

$$f(71) + f(17) = 7 + 1 = 8$$

$$f(72) + f(27) = 7 + 2 = 9$$

$$f(79) + f(97) = 9 + 7 = 16$$

Ques 8

$$f(81) + f(18) = 8 + 1 = 9$$

$$f(82) + f(28) = 8 + 2 = 10$$

$$f(89) + f(98) = 8 + 9 = 17$$

$$\frac{8+16}{2} \cdot 9 - 7 \cdot 2 = \frac{24}{2} \cdot 9 - 14 = 12 \cdot 9 - 14 = 108 - 14 = \underline{94}$$

$$\frac{9+17}{2} \cdot 9 - 8 \cdot 2 = \frac{26}{2} \cdot 9 - 16 = 13 \cdot 9 - 16 = 117 - 16 = \underline{111}$$

Для 9

$$f(91) + f(19) = 9 + 1 = 10$$

$$f(92) + f(29) = 9 + 2 = 11$$

$$f(98) + f(89) = 8 + 9 = 17$$

$$\frac{10+17}{2} \cdot 8 = \frac{27}{2} \cdot 8 = 27 \cdot 4 = 108$$

Сложим эти числа, поделим на 2

$$\frac{52+59+66+73+80+87+94+111+108}{2} = \frac{52}{2} + \frac{59+73}{2} + \frac{66}{2} + \frac{80}{2} + \frac{87+111}{2} + \frac{94}{2} +$$

$$+ \frac{108}{2} = 26 + 66 + 33 + 40 + 99 + 47 + 54 = 92 + 73 + 146 + 54 = 165 + 200 = 365$$

365 - сумма спаренных выражений без учета палиндромов

Сумма палиндромов

$$f(11) + f(22) + \dots + f(99) = 1 + 2 + \dots + 9 = \frac{1+9}{2} \cdot 9 = \frac{10}{2} \cdot 9 = 5 \cdot 9 = 45$$

Тогда сумма равна $365 + 45 = 410$

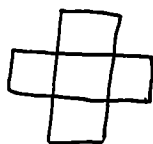
Ответ 410 —

Задача №2

~~Вопрос по задаче №2~~

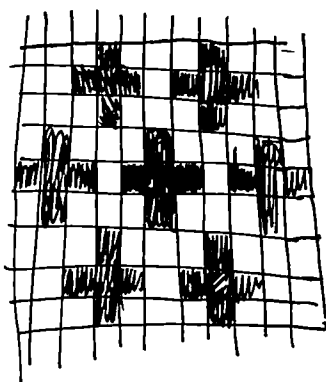
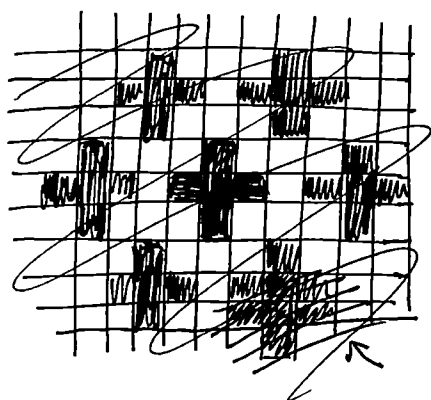
Задача №3

Доска 8×8 , вырезают крестики

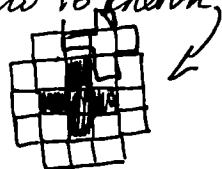


Сначала рассмотрим бесконечное клеточное поле, попробуем расставить там крестики на максимальном расстоянии друг от друга, чтобы между ними не помещался бы еще один

Получим расстановку



То есть у каждого креста максимальная пустая область вокруг него 16 клеток

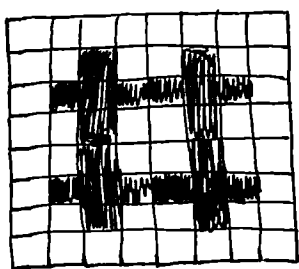


Заметим, что на доске 8x8 будет мало 2х крестов для выполнения условия из задачи. Предположим что крестов 2. Тогда даже если их пустые области не пересекаются, то выходит, что клеток на доске $(8 \times 8 = 64) > (16 + 5) \times 2 = 21 \times 2 = 42$, при пересечении пустых областей крестов выходит еще меньше 42

Можно вырезать 3 креста, 4 уже нельзя. В этом случае получаем, что на доске 8x8 не могут находиться сразу все кресты со своими пустыми областями, т.к. ширина доски лишь 8 клеток, а ширина области - 5 клеток ^(или 4 клетки). Также области обязательно должны накладываться друг на друга. ~~Вывод~~ области могут накладываться на 2 и 3 клетках только. Тогда ~~максимальное возможное количество крестов~~

Тогда максимальная возможная площадь, занятая крестами или их пустыми областями $(16 + 5) \times 3 - 3 \times 2 = 21 \times 3 - 6 = 63 - 6 = 57$ ~~без~~ без учета краиних ~~клеток~~ угловых клеток у пустых областей, которые могут совпадать с угловыми клетками доски, в этом случае ~~они~~ ~~в них~~ из них тоже нельзя будет вырезать крест. $57 + 4 < 64$, то есть в любом случае останутся клетки вне пустых областей, в ^{из} которых можно вырезать крест.

Пример для 4



Пример
ответа

Ответ 4

Задача S2

Заметим, что 2025×2025 — нечетное число, то есть при
 построении заполненной доски змейками (то есть без пропуска клеток),
 получится, что Витя не сможет поставить змейку

Витя устроит такую же тактику. Заметим, что у доски 2025×2025
 есть центральная клетка. Русь Максима будет повторять ходы Вити
 относительно этой центральной клетки. Если Витя смог поставить, то и
 Максим сможет. Если же Витя занял центральную клетку

Заметим, что у доски 2025×2025 есть центральная клетка. Если Витя
 первым ходом «окружил» ее змейкой

1	2	3
8		4
7	6	5

, то Максим, очевидно

не сможет занять центральную клетку. Далее Вите необходимо повторять
 все отзеркаленные ходы Максима. После окружения центральной
 клетки змейкой, поле для с клетками для возможных ходов
 стало симметричным. Если смог сделать ход Максим, то и Витя
 тоже сможет. Таким образом, если Максиму будет еще куда
 поставить змейку, то и Вите тоже, если же Максим не может
 сделать ход, то и Витя тоже. То есть действуя так, Витя все
 зависящее от игры Максима может выиграть.

Ответ Витя Стратегия есть

