



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия А Р Л А Н О В А

Имя П О Л И Н А

Отчество А Л Ь Ф Р Е Д О В Н А

Дата рождения 07 10 2008

Город участия У Ф А

Аудитория 9 5 0 1

Дата 02 02 2026

Подпись

As

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026081129720

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия У Ф А

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	—	5	0	0					
Балл члена жюри №2	18	—	5	0	0					

Итоговый балл 23

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1 $f(\overline{ab}) = a$ или b Если $f(\overline{ab}) = f(\overline{ba}) = f(\overline{bc}) = abc$,
 $f(\overline{bc}) = b$ или c то для любых цифр $f(\text{число})$
 $f(\overline{ca}) = a$ или c равна либо всегда 1 цифре либо
 всегда 2

Имеем Пусть $f(\overline{ab}) = a$, тогда $f(\overline{ca})$ обязательно равняется
 с, т.к. в итоговом числе abc есть множитель "b", который
 есть только в $f(\overline{bc})$. Если каждо-либо из цифр
 abc можно выразить через другую (например, $a = bc$)
 где n - константа
 $f(\overline{nc})\overline{b}) = f(\overline{bc}) = f(\overline{c(nc)}) = nc \cdot b$ с тоже получается
 при f от первой или всегда от последней цифры (аналогично
 предположению выше) Если все цифры можно вы-
 разить через множитель $f(\overline{nc})\overline{mc}) = f(\overline{mc})c = f(\overline{c(nc)}) = nc \cdot mc$
 то же правило соблюдается Если все числа это степени
 одного числа (например 2) $f(\overline{a^2a^2}) = f(\overline{a^2a^3}) = f(\overline{a^3a}) = a^6$
 Итоговое число собирается по тому же принципу, т.к.
 в из чисел 1 2 2 3 3 1 получается только путь 123
 Тогда для всех чисел (цифр) f выбирается либо всегда
 от 1 цифры либо от 2 ✓

Заметим, что для всех двузначных чисел кроме чисел
 вида aa всегда можно подобрать парное число с та-
 ким же цифрами в другом порядке ab и ba
 Найдём такие пары: 12 и 21 всего таких ~~пар~~
 13 и 31 чисел
 14 и 41 ✓
 и т.д.

десяти чисел вида aa
 $(10 - 1) - 1 = 9 \Rightarrow \text{пар } \frac{72}{9} = 36$

Значение сумм пары равно сумме ~~чисел~~ цифр меньшего числа в ней $f(ab) + f(ba) = a+b = b+a \Rightarrow$ для нахождения этой части суммы достаточно посчитать суммы цифр 36 чисел. Из них 8 с единицей (1) (12-19)

Их сумма $3+4+5+6+7+8+9+10 = 30+20 = \underline{50}$

7 с двойкой, т.е. 21 вытаскивает (2) (23-29) 52

Их сумма $5+6+7+8+9+10+11 = 20+6+30 = \underline{56}$

6 с тройкой, т.е. 31 и 32 вытаскивает (34-39)

Их сумма $7+8+9+10+11+12 = 20+20+10+7 = 57$

5 с четверкой (4), т.е. 41, 42, 43 вытаскивает (45-49)

Их сумма $9+10+11+12+13 = 45+10 = 55$

Аналогично для 5 $11+12+13+14 = 50$

для 6 $13+14+15 = 42$

для 7 $15+16 = 31$

для 8 $17 = 17$

Итоговая сумма $50+56+57+55+50+42+31+17 = 100+111+57+90 = \underline{358}$

К ней нужно прибавить сумму $f(11)+f(22)+f(33)+f(99) = 1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 40+5 = 45$

Тогда всего $358+45 = \underline{403}$

приоритет единиц

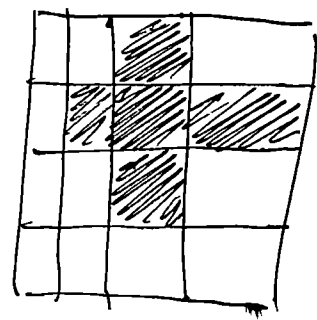
Ответ $\underline{403}$ 405

(+)

3 Разобьем доску на 4 квадрата 4×4 (16) клеток. Рассмотрим оптимальное расположение креста в одном таком квадрате. Чтобы крест не пошелся нудно, чтобы хотя бы 1 клетка посередине (любой другой клеткой была занята).

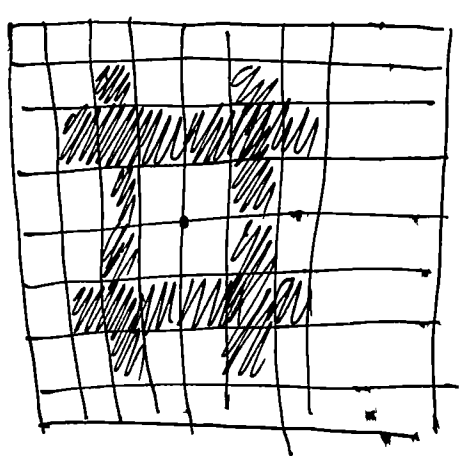


Если 1234
это-то из того
занято - крест
и т.д. не
пошелся

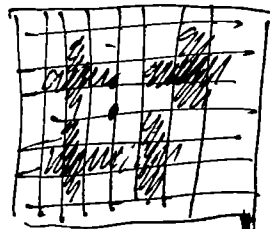


Заметим, что при любой расстановке креста в таком ~~квадрате~~ квадрате собрать еще один крест нельзя, в любой другой крест расположен можно

В каком-то углу, забирая одну клетку
=> Если расположить 4 креста в доске 8×8 в 4 квадратах 4×4 много больше клеток будет поставлено.



В центре остается 4 клетки, это недостаточно для креста. Если сдвинуть любой крест он освободит 1 клетку для центра и какого-то края => еще кресты появятся

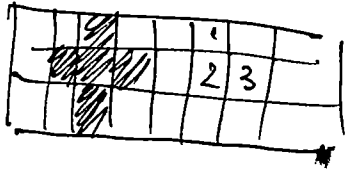


тогда мы отметили клетки, из которых можно собрать крест

Если предположить, что можно пом-то расставить меньше крестов (например 3). По горизонтали всего будет занять 9 клеток, но вертикали — 9 клеток. При кресте поперек стоять не могут (не поместятся в ряд 8м)
=> максимум может стоять 2 => 2 клетки останутся 2 свободны и крест из них не соде-

Одновременно оставшийся 3-й прест оставит свободными
целью пять мест (5) $\Rightarrow$ из них можно выбрать
прест если под/и под 2, 3 ~~или~~ и т.д. и т.д. и т.д.
свободное место из 3-х оставшихся

свободное место
т.е. из фонариков
оптимально 3-й крест закрашен
стоит на клетке от края (тогда
всего 2 креста от края по вертикали закрашено)
тогда 4 клетки (т.е. клетка содержит крест)
⇒ крест из 3, 3-й там поместится если будет тогда-
бы на клетке выше края доски ~~тогда~~ он будет,
т.е. стоит в ряду с 3-м крестом который закра-
шен на клетке выше ⇒ крест закрашен



← Можно подобрать группировку так, чтобы
если есть 3 столба и их можно обосновать
сверху, тогда не картинные

Если они совмещены по горизонтали, и есть вероятность
визуальное $4 \times 4 \Rightarrow 3$ и есть для выполнения
условия минимум мало $\Rightarrow$ но и меньшее
количество - ~~4~~ 4
оценка не доказана
пример верной

Page 4

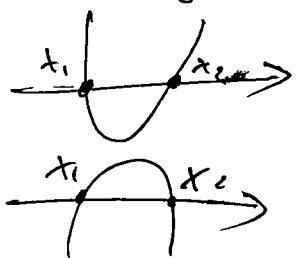
5. $A = (0; 1) \cup (2; 3) \cup (4; 5)$ $B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$

Изобразим

Уравнение $(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0 \rightarrow$ и наоборот уравне-
ние График - парабола и имеет вид

1. 

2. 



При этом центр параболы расположен на равном расстоянии от x_1 . Рассмотрим все случаи с промежуточными

x_1	x_2	Центр
I	II	
II	III	
III	IV	
IV	V	
V	VI	
VI		

Рассмотрим непустыми значения корней x_1 и x_2

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$1) (k-2) \cdot 0 + (k-1)^2 \cdot 0 + k \neq 0 \Rightarrow k \neq 0$$

$$2) (k-2) \cdot 1 + (k-1)^2 \cdot 1 + k \neq 0$$

$$k^2 - 2k + 1 + k - 2 + k \neq 0$$

$$k^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow k \neq 1, k \neq -1$$

$$3) (k-2) \cdot 4 + (k-1)^2 \cdot 2 + k \neq 0$$

$$4k - 8 + 2k^2 - 4k + 2 + k \neq 0$$

$$2k^2 + k - 6 \neq 0$$

$$k_1, k_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4}$$

$$D = 1 + 48 = 49 \quad k \neq \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{4} \Rightarrow k \neq \frac{3}{2}, k \neq -2$$

$$4) (k-2) \cdot 9 + (k-1)^2 \cdot 3 + k = 9k - 18 + 3k^2 - 6k + 3 + k = 3k^2 + 4k - 15 \neq 0$$

$$D = 16 + 180 = 196 \Rightarrow k \neq \frac{-4 \pm 14}{6} \Rightarrow k \neq \frac{10}{6}, k \neq -3$$

$$5) (k-2) \cdot 16 + (k-1)^2 \cdot 4 + k = 16k - 32 + 4k^2 - 8k + 4 + k = 4k^2 + 9k - 28 \neq 0$$

$$D = 81 + 448 = 529 \Rightarrow k \neq \frac{-9 \pm 23}{8} \Rightarrow k \neq \frac{7}{4}, k \neq -4$$

Видим закономерность k , k принимает в виде $k = \frac{a+2}{b+1}$ (где $k_{\text{пред}} = \frac{9}{6}$)
 $k_2 \quad k = k_{\text{пред}} - 1$

Тогда всего $k \neq 0, 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5}, \frac{11}{6}, -1, -2, -3, -4, -5, -6$

Если парабола имеет 1 ответ (корень уравнения)
 $\Rightarrow$ лежит на Ox , $k \neq 0$, $\Rightarrow k \neq 0$ (уже есть в условии)

Рассмотрим уравнение $(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$
 По теореме Виета $x_1 x_2 = \frac{k}{k-2}$ max знак 30 (не вх)
 min знак 0 (не вх)

$$x_1 + x_2 = \frac{-(k-1)}{k-2} \quad \begin{matrix} \text{max знак } 11 \text{ (не вх)} \\ \text{min знак } 1 \text{ (не вх)} \end{matrix}$$

Не учитывая вышесказанного тогда

$$\Rightarrow 0 < \frac{k}{k-2} < 30 \quad 1 < \frac{-(k-1)}{k-2} < 11$$

① $\frac{k}{k-2} > 0$ $k=0$ $k=2$ $k \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

$$\frac{k}{k-2} < 30 \quad \frac{k}{k-2} - 30 < 0 \quad \frac{k-30k+60}{k-2} < 0 \quad \frac{60-29k}{k-2} < 0 \quad k = \frac{60}{29}$$

$\Rightarrow k \in (-\infty, 2) \cup (\frac{60}{29}, \infty)$

② $-\frac{1(k-1)^2}{k-2} \geq 1 \quad \frac{(k-1)^2}{2-k} - 1 \geq 0 \quad \frac{(k-1)^2 - 2 + k}{2-k} \geq 0$

$$k^2 - 2k + 1 - 2 + k = k^2 - k - 1 \quad D = 5 \Rightarrow k \neq \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$\Rightarrow k \in (-\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 2)$

③ $\frac{1(k-1)^2}{k-2} < 11 \quad \frac{(k-1)^2}{2-k} - 11 < 0 \quad \frac{k^2 - 2k + 1 - 22 + 11k}{2-k} < 0$

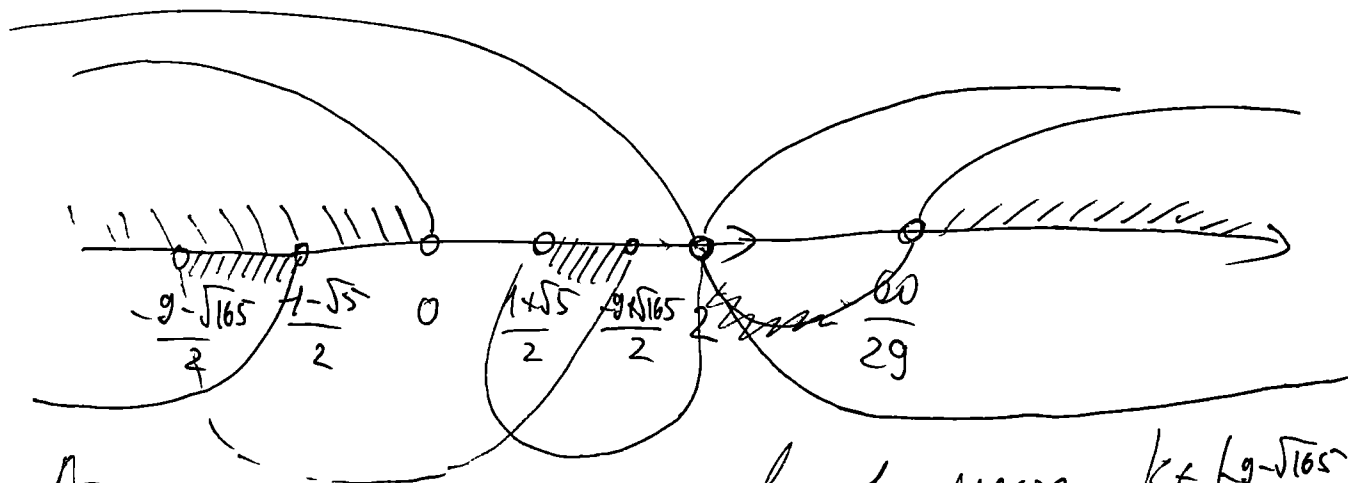
$$\frac{k^2 + 9k - 21}{2-k} < 0 \quad k \neq 2 \quad D = 81 + 84 = 165$$

$$\Rightarrow k \in \left(-\frac{9-\sqrt{165}}{2}, \frac{9+\sqrt{165}}{2}\right) \cup \left(-\frac{9-\sqrt{165}}{2}, \frac{9+\sqrt{165}}{2}\right)$$

Окончательный лист №1

(Продолжение)

Суммарно ширины k с выносами точек



Обе ширины только в 1 месте $k \in (\frac{9-\sqrt{165}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2})$

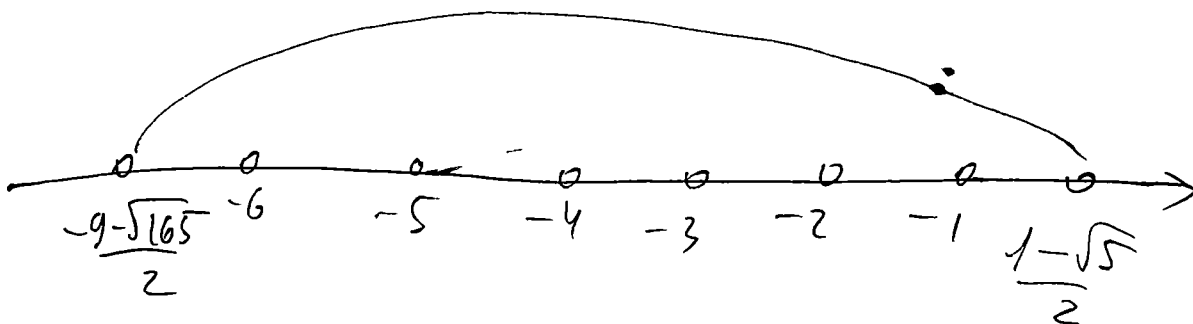
Это промежуток $\approx k \in (-11; -0,6)$ (Приближенно)

⇒ в него входят точки $k = -1, -2, -3, -4, -5, -6$

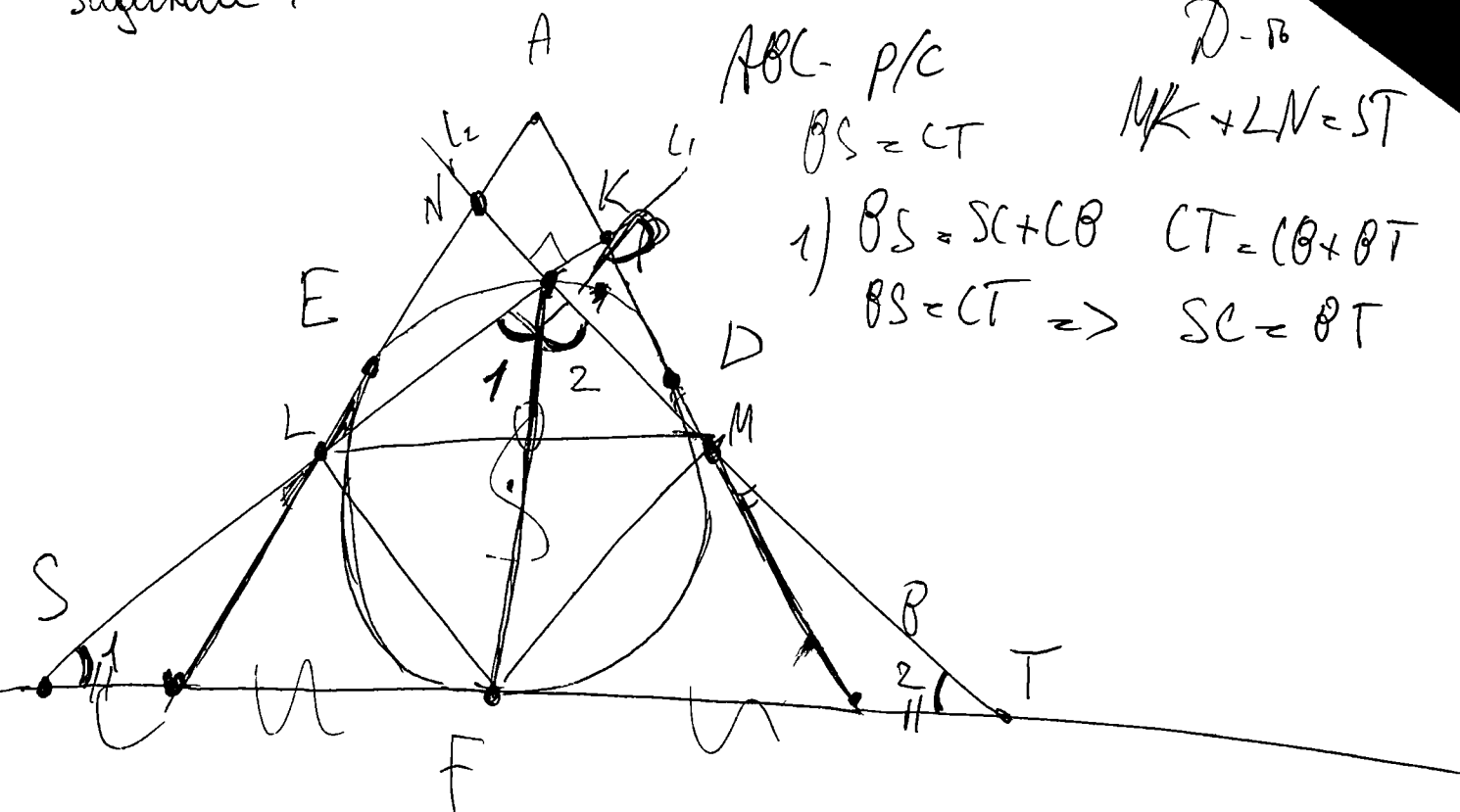
Тогда окончательный ответ

$$k \in \left(\frac{9-\sqrt{165}}{2}, -6 \right) \cup (-6, -5) \cup (-5, -4) \cup (-4, -3) \cup (-3, -2) \cup (-2, -1) \cup \left(-1, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

проверено
нет



Задача 4



$\triangle ABC$ - p/c

$$BS = CT$$

$D - P$

$$MK + LN = ST$$

$$1) \quad BS = SC + CB \quad CT = CB + BT$$

$$BS = CT \Rightarrow SC = BT$$

Теорема Чеви

$$\frac{CL}{LN} \cdot \frac{NA}{AK} \cdot \frac{KM}{MB} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{NA}{AK} = \frac{MB}{LN} \cdot \frac{LN}{KM}$$

Теорема Менелая

$$\frac{CN}{NA} \cdot \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BT}{TC} = 1$$

$$\frac{BK}{KA} \cdot \frac{AL}{LC} \cdot \frac{CS}{SB} = 1$$

$$\frac{CN}{NA} \cdot \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BT}{TC} = \frac{BK}{KA} \cdot \frac{AL}{LC} \cdot \frac{CS}{SB} \quad CN \cdot AM = \frac{NA}{KA} \cdot \frac{MB}{CL}$$

$$CN \cdot AM = \frac{MB}{CL} \cdot \frac{LN}{KM} \cdot \frac{MB}{CL} = \frac{MB^2}{CL^2} \cdot \frac{LN}{KM}$$

Проведем PF $CF = BF$, так $\triangle ABC$ - p/c , PF - медиана
 биссектриса $SC = PT$ по гоу $\Rightarrow F$ - середина ST
 и $SF = FT$ $\angle SOT = 90^\circ$, так $L_1 \perp L_2 \Rightarrow OF$ - медиана
 в прямоугольном $\Rightarrow SF = FT = OF$ Кем

исходный блок №2

4 продолжение

$\triangle LNP$ и PKM — ~~пр~~ прямоугольные

$$\Rightarrow LN = \sqrt{LP^2 + NP^2} \quad MK = \sqrt{KP^2 + PM^2}$$

Нужно доказать, что $ST = \sqrt{LP^2 + NP^2} + \sqrt{KP^2 + PM^2}$

$$LP = L\cancel{K} - KP$$

$$MP = MN - PN$$

$$LN = \sqrt{L\cancel{K}^2 - 2L\cancel{K}KP + KP^2 + NP^2}$$

$$MK = \sqrt{KP^2 + MN^2 - 2MNPV + PN^2} =$$

$$ST = \sqrt{(SL + LP)^2 + (PM + MT)^2} = \sqrt{SL^2 + 2SLLP + LP^2 + 2PMMT + PM^2 + MT^2} =$$

$$LP^2 + PM^2 \leq LM^2$$



предположим
что

Saganne 2