



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П О Б Е Д О Н О С Ц Е В

Имя Т И М О Ф Е Й

Отчество В Л А Д И М И Р О В И Ч

Дата рождения 02 10 2008

Город участия К Р А С Н О Я Р С К

Аудитория 314

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример
заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101201176648

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

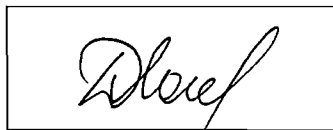
Протокол проверки

Заполняется жюри

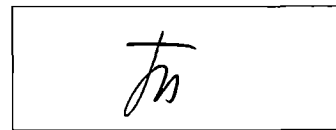
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	-	5	-	-					
Балл члена жюри №2	20	-	5	-	-					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

3 Назовем центральной ту клетку, которая находится в центре данной крест-фигуры (пятиклеточный крест) и будем обозначать ее "X", а те клетки, которые больше не могут стать центральными за "X", очевидно, что ~~каждая~~ в каком-либо случае клетка "X" ~~забывает~~ право быть центральной ровно у 13 клеток (включая себя)

↙ угловые клетки зачеркнуты, так как они не могут быть центральными (по построению фигуры)

①

	6	7	8	8	7	6
	7	11	12	12	11	7
	8	12	13	13	12	8
	8	12	13	13	12	8
	7	11	12	12	11	7
	6	7	8	8	7	6

— схема количества забираемых центральными клетками (без учета пересечения с уже стоящими "X")

если в точке с номером n стоит "X", то это значит,

что она забирает из $n-1$ клеток вокруг клетку "X" и сама перестает иметь возможность быть центральной снова

②

— таким образом клетка "X" ~~делает~~ из группы клеток клетку "X"

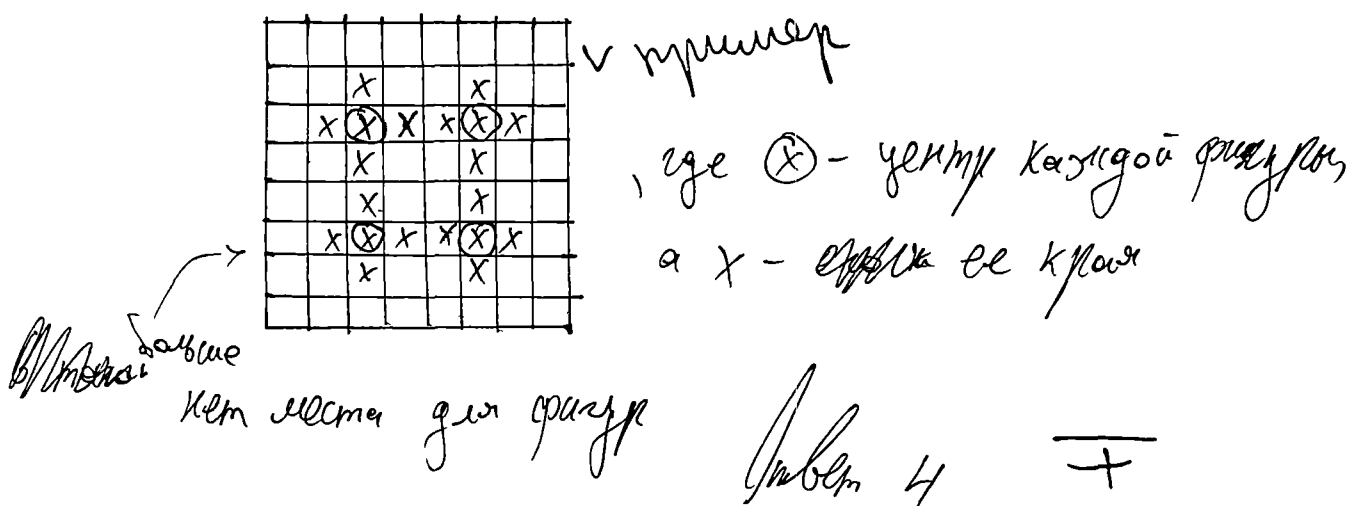
В начальной момент на доске ровно 36 потенциальных клеток "X", а, так как $n \leq 13$, то 2 фигуры разместить точно удастся,

так как $36 - 2 \cdot 13 = 10 > 0$; ^{таким алгоритмом} не доказано, что он работает

Докажем, что 3 также нельзя, попытаемся расставить "X", как можно лучше (в плане максимизации остатка потенциальных клеток "X"),

поставим первый "X" в клетку с номером 13, тогда остаток потенциальных "X" — $36 - 13 = 23$, так как клетки мы ставим, как на рисунке ②, то больше потенциальных "X" с $n=13$ нет, есть только 2 по 12 (в силу симметрии)

или доски, мы можем рассматривать ~~любую~~ одну клетку с $n=12$,
 не теряя общности), возьмем одну из клеток с $n=12$,
 остаток ~~этого~~ $23-12=11$, а так мы закрашиваем поля, как
 на рисунке (2), то клеток с $n=12$ больше не остается, максимум
 11, которую мы как раз можем выдирать, ~~мы~~ так остаток
 11) Значит, минимум 4, пример если мы берем клетку с номером ≥ 11 , то остаток явно > 0



1. Это, что $f(11)=1$, $f(22)=2$ и т.д. $f(33)=3$,
 и другие и другие числа так $f(ab) f(bc) f(ca) = abc$,
 то, например, $f(11) f(12) f(21) = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$, тогда
 $f(12) f(21) = \frac{2}{1} = 2$, т.е. если $f(12)=1$, то $f(21)=2$, и наоборот,
 если $f(12)=2$, то $f(21)=1$ (нам все равно, что брать за что,
 так мы ищем сумму), причем, что все числа вида
 функция $f(x)$, для всех чисел вида $1n$, где $x \in \mathbb{N}$, $x \neq 3$,
 дает 1, тогда, для всех чисел вида $\overline{1n}$ она дает n (как
 было установлено выше), тогда $f(12) + f(13) + \dots + f(19) + f(21) +$
 $+ f(23) + f(31) + \dots + f(39) = 8 \cdot 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 8 + 44 = 52 \checkmark$

Линия отреза

Формализуем факт ①

$$② \quad f(\overline{xx}) \quad f(\overline{xy}) \quad f(\overline{yx}) = x \times y, \text{ где } x, y \in \mathbb{N}, y, x \leq 9$$

$$x \quad f(\overline{xy}) \quad f(\overline{yx}) = x^2 y, \quad f(\overline{xy}) \quad f(\overline{yx}) = xy$$

для $x=2, y=3$ $f(22) \quad f(23) \quad f(32) = 2 \quad 2 \quad 3$ $\Rightarrow$ или $f(\overline{xy}) = x$, а $f(\overline{yx}) = y$,
 либо $f(\overline{xy}) = y$, а $f(\overline{yx}) = x$
 (по св-ву функции)

$$f(23) \quad f(32) = 2 \quad 3, \text{ тогда при } f(23) \text{ за } 2, \text{ а}$$

$$f(32) \text{ за } 3 \text{ То аналогично с первым случаем}$$

$$f(23) + f(24) + f(29) + f(32) + f(42) + f(43) =$$

$$= 4 \cdot 2 + 3 + 4 + \dots + 9 = 14 + 42 = 56, \text{ т.к. каждый раз мы исполь-}$$

зуем числа вида $\overline{x(x+1)}$, $\overline{(x+1)x}$, и на каждом новом месте
 считаем x на $\mathbb{N}$, то, во-первых, мы затрачиваем все числа,
 а, во-вторых, не повторяемся на разных местах

Для $x=3$

$$S = 6 \cdot 3 + 4 + 5 + \dots + 9 = 18 + 39 = 57, \text{ где } S - \text{сумма}$$

$$\text{Для } x=4 \quad S = 5 \cdot 4 + 5 + 6 + \dots + 9 = 20 + 35 = 55$$

$$\text{Для } x=5 \quad S = 4 \cdot 5 + 6 + 7 + \dots + 9 = 20 + 30 = 50$$

$$\text{Для } x=6 \quad S = 3 \cdot 6 + 7 + 8 + 9 = 18 + 24 = 42$$

$$\text{Для } x=7 \quad S = 2 \cdot 7 + 8 + 9 = 14 + 17 = 31$$

$$\text{Для } x=8 \quad S = 8 + 9 = 17$$

Для $x=9$ считать не нужно, т.к. мы уже учли эти числа

Остается посчитать только сумму попарных:

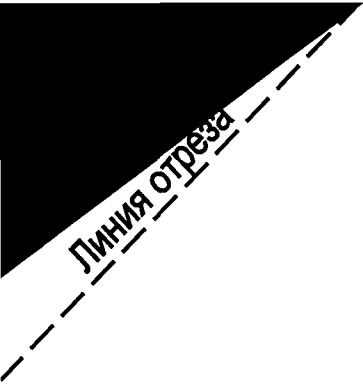
$$f(11) + f(22) + \dots + f(99) = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = \frac{9(9+1)}{2} = 45$$

Итоговая сумма $52 + 56 + 57 + 55 + 50 + 42 + 31 + 17 + 45 =$

$$= 108 + 112 + 92 + 48 + 45 = 220 + 140 + 45 = 360 + 45 =$$

$$= 405$$

Ответ 405 +



Бланк ответов

