



2026162082909

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия А Х М Е Т Я Н О В А ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Имя А М И Н А ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Отчество И Р Е К О В Н А ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Дата рождения 1 0 0 3 2 0 0 8

Город участия У Ф А ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Аудитория 9 - 5 0 1 ☐

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Али

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026162082909

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия У Ф А

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1 Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

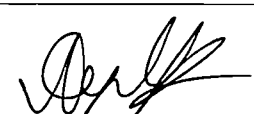
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	0	20	0	7					
Балл члена жюри №2	0	0	20	0	7					

Итоговый балл 27

Подпись
члена жюри №1



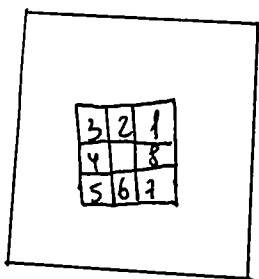
Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№2
Построим стратегию для игрока, который
начинает первым - для Димы. Первым ходом
он должен в средние клетки сделать маневр

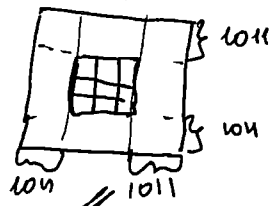


Но его земля замкнутой и
имеет внутри свободную клетку, в
которую не может никто сбе-
жать, так тогда эту же

землю ранее игрок должен взять на улье
Можно считать его многоклеточным

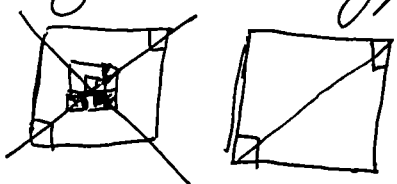
До этого игрок делает $\frac{2025-3}{2} = \frac{2022}{2} = 1011$ ходов
сверху и столько же снизу, а слева и справа по

$$\frac{2025-3}{2} = \frac{2022}{2} = 1011 \text{ ходов}$$

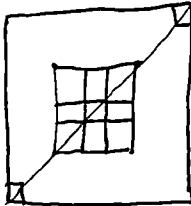


А теперь

Опишем нашу стратегию. Нам нужна симметричная
относительно центра фигура, которая прогонит по диагонали
через весь квадрат/все поле (2025×2025) клет



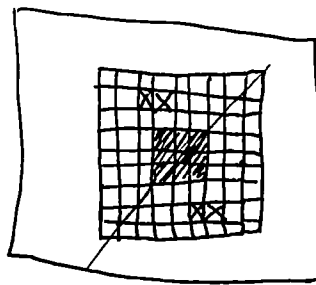
Но прямая разбивает все поле
на 2 равнобедренных прямоугольных
треугольника. А в поле нечетное
количество клеток и наш квадрат 3×3 распо-
ложен в центре, но эта прямая также разбивает
наш квадрат 3×3 на 2 равных прямоугольника. Визуально
у нас такая картинка



Наша картинка
для Димы замечатель-
на в том, что очень
легко заметить симметричные

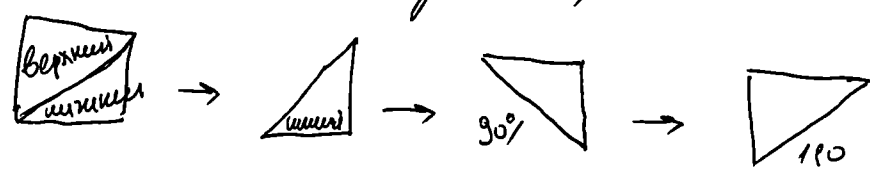
ходы, ходит Максим. Наша симметричная картинка

Ваня отнюдь не жонглирует, причем зеркально отражена еще один раз более точный пример, что происходит



а если звезда проходит через клетки на диагонали?

Но чтобы наши обыватели и путешественники (у которых были по 105) обновили пушило пушило повернуть на 180° по часовой стрелке, чтобы он совпал с верхним



Мен самым себя маю буду поворачивать чужие Максимы покуда, но все покуда будут симметричны, отнюдь не только малая симметрия. Тогда, если Максим себя скорень, но мы тоже можем скорень, или Максим не сам, но и мы не можем, придет наш год тогда последний и Максим прочтет все наши покуда будут после покуда Максимы, которых иудеи называют после нашего покуда страница неверная

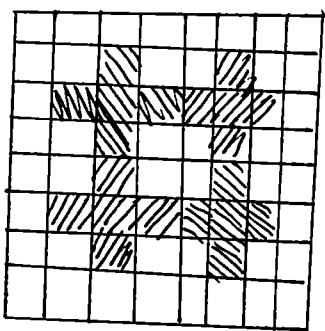
Замечают, что противоречие может возникнуть, если ~~мы~~ Максим поставили звезду на 2 клетки с разных сторон от центра квадрата на линии сетки (то к примеру с правой стороны по диагонали и снизу по диагонали). Но тогда длина его звезды не убавится, т.к. ~~звезда до этого момента занимала~~ ^{звезда занимала минимум}

5	4	3	2	1
6	3	2	1	
7	4			
8	5	6	7	
9				

- 9 клеток, что противоречит условию длины звезды не 3 клетки, нашего противоречия не может быть, если Максим идет покуда, но и длина может 3 клетки, длина покуда Ответ Длина

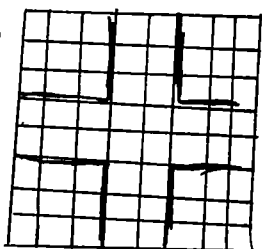
Ответ 4

Покажи пример



Докажем, что меньше нельзя, то докажем, что
3 перекресточка нам нужно разместить 3
"крестика" нам, что в промежуточных нельзя
было поставить еще 1. Разберем нашу задачу на

4 квадрата
верный пример
и оценка



М.н. мы предполагаем, что
можно поставить 3 "крестика"
и этого будет достаточно,
но заметим, что в каждом
из 4 квадратов должна

быть хотя бы 1 клетка от края крестика, иначе,
если не отойдет от крестика ни одна клетка,
то в каждом квадрате можно вписать еще 1
крестик. Мы хотим показать, что 3 крестика совсем
поставлены так, что ни один квадрат не занят
и полностью (квадрат 3x3). Заметим, что между
соседними ~~квадратами~~ ^{клетками} по стороне и соседними
квадратами по диагонали по 1 клетке, а значит,
мы не можем поставить 1 крестик так, чтобы
он занял 2 квадрата, т.е. его ширина и высо-
та, всего 3 клетки, а нам нужно, чтобы в каждом
квадрате была хотя бы 1 клетка занята и еще 2

шестым то рассто для этого 4 клетки
 М. мы понимаем, что 1 предпоследняя цифра
 (кажется что бы 1 клетка) из десяти 1 квадрата
 Но 1 М. и квадратов 4, а предпоследних 3 и последние
 предпоследний для одного квадрата, но пока-то квадрат
 состоит из пропусков, а то в него можно
 вписать предпоследние три цифры! А значит,
 трех предпоследних недостаточно и нужно 4
 На 4 мы приведем пример

По условию $f(ab) f(bc) f(ca) = abc$
 Мы мы понимаем, что если мы все числа опреде-
 лим в некоторой группе по 3 числа, то в конде-
 группе нет двух чисел, у которых в числе единиц
 или десятков стоит одна и та же цифра (иначе
 не удовлетворяет условию) Мы числа, имеющие одинако-
 вую цифру в разряде единиц или в разряде десятков
 сами не подпадают в одну группу вида a, b, c
 сразу замечаем, что числа $f(11), f(22), f(33), f(88), f(99)$,
 для которых из условия верно $f(11) = 1$
 $f(22) = 2$
 $f(99) = 9$

Заметим, что эти числа нельзя представить в
 виде чисел a, b, c , где $f(ab) f(bc) f(ca) = abc$ (т.е. числа
 в разряде единиц и десятков совпадают М. в
 условии числа они войдут как $f(11) + f(22) + \dots +$
 $+ f(99) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

Линия отреза

Вернемся ко второму числу к примеру
 число 12 не может состоять из с одинаковыми
 чисел от 13 до 19 включительно, по доказанному,
 аналогично 4 не может быть в числе (a, b, c)
 с числами $(32, 42, 51, 62, 72, 82, 92)$. Но это число
 состоит в другом числе с одинаковыми числами
 $(23, 24, 25, 26, 27, 28, 29)$. А первое число имеет
 в данном числе, на которое оно делится, второе
 число (то есть имеет в числе единицу), а в числе единиц
 число с которым начинается первое число, то есть
 в данном случае. Заметим, что пока не доказано
 можно разделить на группы по 3 числа, чтобы было
 число $1(100) 1(10) 1(10) = abc$, при этом будет
 в числе, где в каждом числе будет число с единицами
 в десятке 1 и по доказанному два числа с одинако-
 выми цифрами в разряде десятков быть не может), анало-
 гично рассуждения для чисел начинающихся с 2 ,
 $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ они все не могут быть в одном числе
 Число в единицах также не могут совпадать, то
 бы числа $21, 31, 41, 51$ также в разных группах
 И для всех случаев с одинаковыми цифрами в единицах
 это работает. Мы распределили наши числа
 в группы по 3 числа, теперь нужно показать как

по шмтатъ итоговую сумму
 Число в каждой строке состоит из трех различных
 цифр, причем из цифр 1-9 мы используем, что в
 общей сумме как раз пойдет сумма этих трех
 различных цифр. Тогда, используя сумму комбинаций
 по 3 раз (в каждой группе есть число например комбинация
 чисел с 1/числа в группе), а это единичная сумма
 можно посчитать (из догадки и по цифрам)
 Тогда, число 1 войдет из каждой группы 1 раз, число
 2 тоже 1 раз и т.д. Тогда, имеем сумму

$$f(11) + \dots + f(99) = 45 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 +$$

$$+ 17 + 18 + 19 = 45 + 16 + 24 + 32 + 40 + 48 + 56 + 64 + 71 = 45 + 8(1+2+\dots+9) =$$

$$= 45 + 8 \cdot 45 = 45 \cdot 9 = 405 \quad \text{⊕ разбиение на тройки}$$

не приведено

Ответ 405

н 5

Уравнение $(k+1)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$

По теореме Виета, имеем $x_1 + x_2 = -\frac{(k-1)^2}{k-2}$

$$x_1, x_2 = \frac{k}{k-2}$$

Тогда, $x_1 + x_2 = \frac{-(k-1)^2}{k-2} = -1 \quad \frac{k^2 - 2k + 1}{k-2} = (-1) \quad \frac{k(k+1)+1}{k-2} =$

$$= -1 \left(k + \frac{1}{k-2} \right) = -k - \frac{1}{k-2}$$

Таким образом можно считать уравнение
 $k=2$ проверим, может ли $k=2$

$$(2-1)x^2 + (2-1)^2x + 2 = 0$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2, \text{ т.е. уравнение}$$

имеет всего лишь 1 корень, поэтому не удовлетворяет
 Но $k \neq 2$

иначе

$$x_1 + x_2 = -k - \frac{1}{k-2}$$

пропущены
мн и 1

$$x_1, x_2 = \frac{k}{k-2}$$

Значит, x_1 и x_2 являются как

$$x_1 = -k, \quad x_2 = -\frac{1}{k-2} \text{ или наоборот}$$

и нам нужно, чтобы эти числа удовлетворяли
множествам $A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$, $B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$

Но уравнение имеет 2 корня, но $D > 0$
найдем его

$$(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (k-1)^2 - 4k(k-2) = (k^2 - 2k + 1) - (4k^2 - 8k) = \\ &= k^2 - 2k + 1 - 4k^2 + 8k = -3k^2 + 6k + 1 = \\ &= k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-(k-1) \pm \sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1}}{2(k-2)} = -k$$

$$x_2 = \frac{-(k-1) \mp \sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1}}{2(k-2)} = -\frac{1}{k-2}$$

иначе

$$-(k-1)^2 - \sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1} = -2k(k-2)$$

$$-k^2 + 2k + 1 - \sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1} = -2k^2 + 4k$$

$$k^2 - 2k + 1 = \sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1}$$

$$(k^2 - 2k + 1)(k^2 - 2k + 1) = k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1$$

$$\cancel{k^4} - \cancel{2k^3} + \cancel{k^2} - \cancel{2k^3} + 4k^2 - \cancel{2k} + \cancel{k^2} - \cancel{2k} + 1 = \cancel{k^4} - \cancel{4k^3} + \cancel{2k^2} + 4k + 1$$

$$4k^2 - 4k = 4k$$

$$4k^2 - 4k - 4k = 0$$

$$4k^2 - 8k = 0 \quad / 4$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$$k(k-2) = 0$$

$$k = 0 \quad \text{или} \quad k = 2$$

А из второго уравнения

$$(k-2) \left(-(k-1)^2 + \sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1} \right) = -2k + 4$$

$$-(k-1)^2 + \sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1} = \frac{-2(k-2)}{k-2}$$

$$-k^2 + 2k - 1 + \sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1} = -2 \quad \text{пренебрегаем}$$

здесь



$$\sqrt{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1} = k^2 - 2k - 1$$

$$k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1 = (k^2 - 2k - 1)(k^2 - 2k - 1)$$

$$k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1 = k^4 - 2k^3 - k^2 - 2k^3 + 4k^2 + 2k - k^2 + 2k + 1$$

$$2k^2 + 1 = 4k^2 - 2k^2 + 1$$

$$2k^2 = 2k^2$$

В этом уравнении все сходится, значит k

равен 0 и 2