



2026508140014

## Титульный лист

Направление

- ☐ анализ данных
 ☐ информатика
 ☐ история  
☒ математика
 ☐ обществознание
 ☐ русский язык  
☐ физика
 ☐ химия

Класс

- ☐ 8
 ☐ 9
 ☐ 10
 ☒ 11

Фамилия

О С Т Р О В Е Р Х О В А

Имя

М А Р И Я

Отчество

Е В Г Е Н Ь Е В Ч А

Дата рождения

07 06 2008

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория

Х405

Дата

02 02 2026

Подпись

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026508140014

## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

## Заполняется организаторами

Количество доп листов   Количество черновиков к проверке

Время выхода с    до

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1  | 2 | 3 | 4 | 5  | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|---|---|---|----|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 25 | 0 | 5 | 0 | 20 |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 0  | - | 5 | 0 | 20 |   |   |   |   |    |

Итоговый балл

Подпись  
члена жюри №1

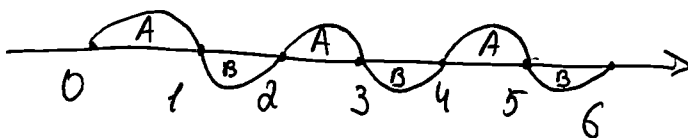
Подпись  
члена жюри №2

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задание 5



$x_1 \in A$   
 $x_2 \in B$

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

1)  $\exists k=2, x+2=0, x=-2$  не ур

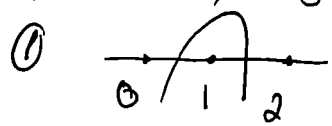
2)  $\exists k \geq 2$ , тогда  $a > 0$ ,  $\uparrow$

$$f'(x) = 2(k-2)x + (k-1)^2 \quad x_0 = \frac{-(k-1)^2}{2(k-2)}$$

$$f'(x) = 0$$

$k-2 > 0$   
 $-(k-1)^2 < 0 \quad \Rightarrow x_0 < 0$ , а значит оба корня не могут оказаться положительными, поэтому этот случай решений не даст

3)  $k < 2$ , тогда  $a < 0$ ,  $\downarrow$



$$\begin{cases} f(1) > 0 \\ f(0) < 0 \\ f(2) < 0 \end{cases}$$

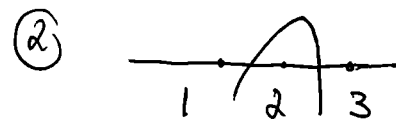
$$\begin{cases} k-2 + k^2 + k + 1 + k > 0 \\ k < 0 \\ 4k^2 + 2k^2 - 4k + 2 + k < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k^2 - 1 > 0 \\ k < 0 \\ 2k^2 + k < 0 \end{cases}$$

$$k \in (-1, 1) \cap \begin{cases} k < -1 \\ k > 1 \\ k < 0 \\ k > \frac{3}{2} \\ k < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$k \in (-2, \frac{3}{2})$$

$$\Rightarrow k \in (-2, 1)$$

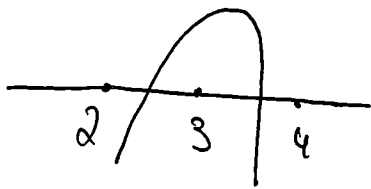


$$\begin{cases} f(1) < 0 \\ f(3) < 0 \\ f(2) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \in (-1, 1) \\ 9k^2 - 18 + 3k^2 - 6k + 3 + k < 0 \\ k > \frac{3}{2} \\ k < -2 \end{cases}$$

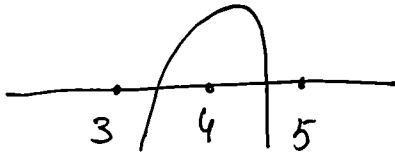
$$\begin{cases} k \in (-1, 1) \\ k \in (-3, \frac{5}{3}) \\ k > \frac{3}{2} \\ k < -2 \end{cases} \quad \text{— нет реш}$$

③



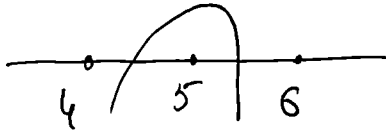
$$\begin{cases} f(2) < 0 \\ f(3) > 0 \\ f(4) < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} k \in (-2, \frac{3}{2}) \\ k > \frac{5}{3} \\ k < -\frac{3}{3} \\ f(4) < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{перес}$$

④



$$\begin{cases} f(3) < 0 \\ f(4) > 0 \\ f(5) < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} k \in (-3, \frac{5}{3}) \\ 16k - 32 + 4k^2 - 8k + 4 + k > 0 \\ f(5) < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} k \in (-3, \frac{5}{3}) \\ k < -4 \\ k > \frac{7}{4} \\ f(5) < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{перес}$$

⑤



$$\begin{cases} f(4) < 0 \\ f(5) > 0 \\ f(6) < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} k \in (-4, \frac{7}{4}) \\ 25k - 50 + 5k^2 - 10k + 5 + k > 0 \\ f(6) < 0 \end{cases}$$

$$5k^2 + 16k - 45 > 0$$

$$\frac{D}{4} = 64 + 45 \cdot 5 = 64 + 225 =$$

$$= 289 = 17^2$$

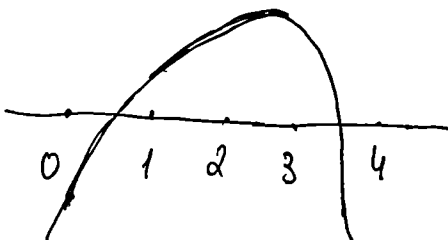
$$k = \frac{-8 \pm 17}{5}$$

$$k = -5, k = \frac{9}{5}$$

$$k \in \begin{cases} k > \frac{9}{5} \\ k < -5 \end{cases} \quad \text{— перес}$$

$$k \in (-4, \frac{7}{4})$$

⑥

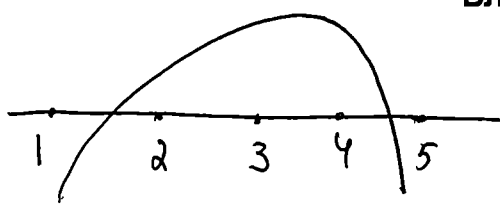


$$\begin{cases} f(0) < 0 \\ f(4) < 0 \\ f(1) > 0 \\ f(2) > 0 \\ f(3) > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} k < 0 \\ k \in (-4, \frac{7}{6}) \\ k > 1 \\ k < -1 \\ k > \frac{3}{2} \\ k < -2 \\ k < 3 \\ k > \frac{5}{3} \end{cases} \quad \underline{k \in (-4, -3)}$$

Линия отреза

# Бланк ответов

7



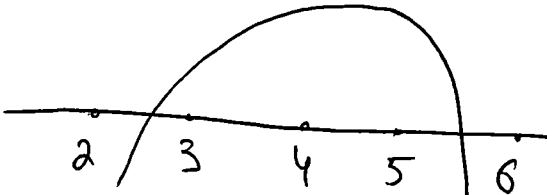
$$\begin{cases} f(1) < 0 \\ f(5) < 0 \\ f(2) > 0 \\ f(3) > 0 \\ f(4) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \in (-1, 1) \\ k \in (-5, \frac{9}{5}) \end{cases} \Rightarrow \text{реш нет}$$

$$\begin{cases} k > +\frac{3}{2} \\ k < -2 \\ k < -3 \\ k > \frac{5}{3} \\ k > \frac{7}{4} \\ k < -4 \end{cases}$$

ответ

$$k \in (-6, -5), (-4, -3), (-2, -1)$$

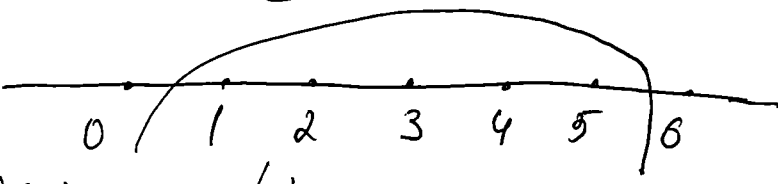
8



$$\begin{cases} f(2) < 0 \\ f(6) < 0 \\ f(3) > 0 \\ f(4) > 0 \\ f(5) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \in (-2, \frac{3}{2}) \\ f(6) < 0 \\ k < -3 \\ k > \frac{5}{3} \\ f(4) > 0 \\ f(5) > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{реш нет}$$

$$k \in (-6, \frac{11}{6})$$

9



$$\begin{cases} f(0) < 0 \\ f(6) < 0 \\ f(1) > 0 \\ f(2) > 0 \\ f(3) > 0 \\ f(4) > 0 \\ f(5) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k < 0 \\ f(6) < 0 \\ k \in [k > 1, k < -1] \\ k > \frac{3}{2} \\ k < -2 \\ k < -3 \\ k > \frac{5}{3} \\ k > \frac{7}{4} \\ k < -4 \end{cases} \Rightarrow k \in (-6, -5)$$

$$\begin{aligned} f(6) &= 36k - 72 + 6k^2 - 12k + 6 + k < 0 \\ 6k^2 + 25k - 66 &< 0 \\ D &= 625 + 66 \cdot 4 \cdot 6 = 2209 = 47^2 \\ k &= \frac{-25 \pm 47}{12}, \quad k = -12 \\ k &= -6, \quad k = \frac{11}{6} \end{aligned}$$

## Задача 1

$$f(\overline{a}b) \quad f(\overline{b}c) \quad f(\overline{c}a) = abc \quad (*)$$

Найти  $f(11) + f(19) + f(21) + \dots + f(29) + f(91) + f(99)$

~~B. monocyclus~~ ~~rocky~~ ~~up~~ ~~1, 3, 5, 7, 9~~ ~~10~~ ~~11~~ ~~12~~ ~~13~~ ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ ~~17~~ ~~18~~ ~~19~~ ~~20~~ ~~21~~ ~~22~~ ~~23~~ ~~24~~ ~~25~~ ~~26~~ ~~27~~ ~~28~~ ~~29~~ ~~30~~ ~~31~~ ~~32~~ ~~33~~ ~~34~~ ~~35~~ ~~36~~ ~~37~~ ~~38~~ ~~39~~ ~~40~~ ~~41~~ ~~42~~ ~~43~~ ~~44~~ ~~45~~ ~~46~~ ~~47~~ ~~48~~ ~~49~~ ~~50~~ ~~51~~ ~~52~~ ~~53~~ ~~54~~ ~~55~~ ~~56~~ ~~57~~ ~~58~~ ~~59~~ ~~60~~ ~~61~~ ~~62~~ ~~63~~ ~~64~~ ~~65~~ ~~66~~ ~~67~~ ~~68~~ ~~69~~ ~~70~~ ~~71~~ ~~72~~ ~~73~~ ~~74~~ ~~75~~ ~~76~~ ~~77~~ ~~78~~ ~~79~~ ~~80~~ ~~81~~ ~~82~~ ~~83~~ ~~84~~ ~~85~~ ~~86~~ ~~87~~ ~~88~~ ~~89~~ ~~90~~ ~~91~~ ~~92~~ ~~93~~ ~~94~~ ~~95~~ ~~96~~ ~~97~~ ~~98~~ ~~99~~ ~~100~~

$\neq (*)$  Если  $f$  возвращает одну из цифр каждый раз случайным образом, то  $\rho$  в  $(*)$  выполняется <sup>всегда</sup> только при  $a=b=c$  (как например и в случай  $b \neq a = ab$   
 ~~$b \neq a = ab$~~   
 $b = c$   
 $f(a) \neq f(b) \neq f(c)$

Значит  $f$  всегда возвращает либо <sup>только</sup> первую цифру числа, <sup>только</sup> либо вторую  $\checkmark$   $cc - acc \Rightarrow a = c$

①  $I \circ f$  возвращает всегда первую цифру

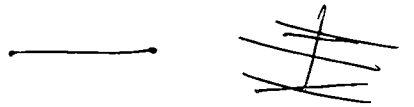
Тогда в каждой десятке по 5 нечетных чисел

$$1+1+1+1+1+2+2+2+2+2+ \dots +9+9+9+9+9 = \sum_{i=1}^9 (i \times 5) = 5 \times 45 = 225$$

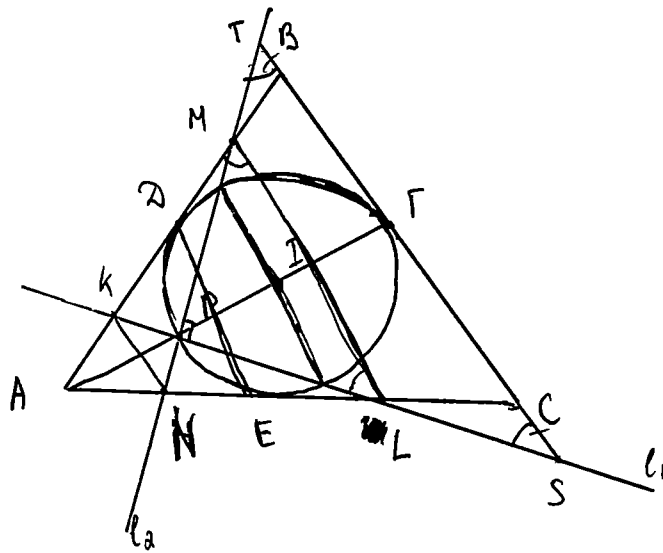
⑫  $I \circ f$  возвращает всегда вторую цифру

Torga  $\Sigma = \Sigma \text{ нел чигрл } \cdot g = (1+3+5+7+9) g = 25 g = 225$

Orber 225



Задание 4



Дано  $\triangle ABC$  - р/с,  
 $\ell_2 \perp \ell_1$ , D, E, F - точки  
 касания

$$BS = CT$$

$$(1) MK + LN = ST$$

1)  $BS = BC + CS$   
 $CT = BC + BT \Rightarrow CS = BT$   
 $\angle TBA = \angle SCA$  (как смежные  
 с углами р/с)  
 $\triangle$

2) T и S симметричны относительно F  
 T и треугольник равносторонний и поскольку расположение  
 T и S определяется точкой P, P должна лежать на AF,  
 T и S на середине дуги DE  $\Rightarrow$  ~~диаметр~~  
 PI - высота и медиана н/у  $\triangle$  ( $\angle P$  опирается на диаметр, т.е.  
 равен  $90^\circ$ )

PF - высота и мед  $\triangle PTS \Rightarrow \angle PTS = \angle KST = 45^\circ$

Тогда  $\triangle CMS = \triangle BTM$  (по II п/р р-ва  $\triangle$ )

$$MB = LC$$

3)  $AB = EC$  ( $AD = AE$  как отр касат  
 $AB = AC$ )

$AE \parallel BC$  ( $AD = AE$ ,  $\angle A = 60^\circ \Rightarrow \triangle ADE$  - р/с)

$$MB = LC$$

$$MD = EL$$

$$\Rightarrow ML \parallel BC \parallel AE$$

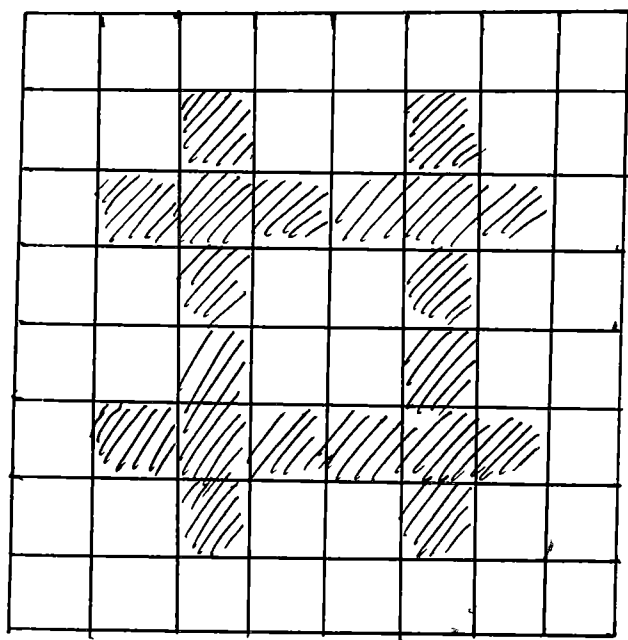
~~каждый из них~~

$$PF = \frac{ST}{2}$$

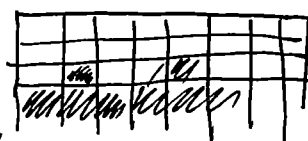
по катету и углу  
 $\triangle MKP = \triangle NPL$  ( $\angle PLN = \angle KMP$  ( $\triangle AML$  - р/с,  $\angle PML =$   
 $MP = PL$   $= \angle PLM = 45^\circ$ )  
 $\angle$

$$(1) MK = \frac{ST}{2}, MK = PF$$

### Задача 3



Рассмотрим верхние два ряда.  
Если они будут полностью  
свободны, то где бы в 3-м



ряду не стояли  
кресты, оставшиеся  
не доказано  
ах клеток хватит

пример

для расположения еще  
одного креста

Значит, во 2-м ряду  
обязательно должны быть  
затраченные клетки

минимальное кол-во таких  
клеток (2), так доказать  
нельзя

втором ряду будет 7 свободных клеток, а в третьем-5, значит  
какие-то три точно будут друг над другом и можно будет  
разместить крест

Аналогичные рассуждения можно провести и с нижними  
рядами. Те минимальное кол-во крестов - 4

ответ 4

—  
+