



3101927488587

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история
☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия В О Л К О В

Имя А Н Д Р Е И

Отчество А Л Е К С Е В И Ч

Дата рождения 0 9 1 2 2 0 0 8

Город участия И Ж Е В С К

Аудитория 2 5 5

Дата 0 1 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101927488587

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история
☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Ч Ж Е В С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____

Время выхода с 15 58 до 16 01

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	—	—	20	3	0					
Балл члена жюри №2	—	—	20	3	0					

Итоговый балл 23

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

200

Бланк ответов

№37 Упростим лог высказ $(a \wedge b) \vee (a \rightarrow c)$

$$(a \wedge b) \vee (a \rightarrow c) = a \wedge b \vee \bar{a} \vee c + 5$$

Построим табл ист

Пусть $R = a \wedge b \vee \bar{a} \vee c$

a	b	c	$a \wedge b$	$\bar{a}$	c	R
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	1	1

Заметим, что

$$a \downarrow b = \overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b} \quad \text{по 3-му Д. Моргана} + 5$$

a	b	$a \downarrow b$	$\bar{a} \wedge \bar{b}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

Тогда $a \wedge b \vee \bar{a} \vee c =$

$a \wedge b$ Докажем, что $a \wedge b \vee \bar{a} \vee c = \bar{a} \vee b \vee c$, с помощью таблицы истинности

Пусть $R_2 = \bar{a} \vee b \vee c$

a	b	c	$\bar{a}$	R_2
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

Таблицы истинности R и R_2 полностью совпадают $\Rightarrow$

$$\Rightarrow R = R_2 \Leftrightarrow a \wedge b \vee \bar{a} \vee c = \bar{a} \vee b \vee c$$

$$\bar{a} \vee b \vee c = \overline{(a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c})} \quad \text{(по 3-му Д. Моргана)}$$

$$\bar{b} \wedge \bar{c} = b \downarrow c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{(a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c})} = \overline{(a \wedge (b \downarrow c))}$$

$$\Rightarrow \overline{(a \wedge (b \downarrow c))} = \overline{(\bar{a} \downarrow \overline{(b \downarrow c)})}$$

Заметим, что $a \wedge (b \downarrow c) = \bar{a} \downarrow \overline{(b \downarrow c)} \Rightarrow$

Необходимо избавиться от отрицания

Заметим, что $\bar{a} = a \downarrow a$ Докажем это через табл истинности

a	$\bar{a}$	$a \downarrow a$
0	1	1
1	0	0

Таблицы истинности $\bar{a}$ и $a \downarrow a$ совпадают

$$\text{Тогда } (\overline{a \downarrow (b \downarrow c)}) = ((a \downarrow a) \downarrow ((b \downarrow c) \downarrow (b \downarrow c))) =$$

$$= ((a \downarrow a) \downarrow ((b \downarrow c) \downarrow (b \downarrow c))) \downarrow ((a \downarrow a) \downarrow ((b \downarrow c) \downarrow (b \downarrow c)))$$

Проверим через таблицу истинности на соответствие с законом высказывания

$$\text{Пусть } R_3 = ((a \downarrow a) \downarrow ((b \downarrow c) \downarrow (b \downarrow c)))$$

a	b	c	$a \downarrow a$	$b \downarrow c$	$(b \downarrow c) \downarrow (b \downarrow c)$	R_3	$R_3 \downarrow R_3$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1

Т.е.

Ответ: Ответ:

Обратите внимание на то, + 5
что в условии не требуется
горизонтальный ответ

$$((a \downarrow a) \downarrow ((b \downarrow c) \downarrow (b \downarrow c))) \downarrow ((a \downarrow a) \downarrow ((b \downarrow c) \downarrow (b \downarrow c)))$$

Начиная с вершины 15, заметим, что в 15 ведет только одно ребро А в маршруте по всем ребрам нельзя проехать по одному ребру 22 раз (по условию).
Докажем, что мы должны в любой момент, либо начать, либо закончить маршрут в вершине 15. Допустим, это не так. Тогда после посещения вершины 15 у нас остались непосещенные ребра и мы должны уйти с верш 15. Так ребро только одно, но мы по нему уже прошли, придет в эту вершину $\Rightarrow$ наша гипотеза неверна, т.к. по ребру нельзя проехать 22 раз.
в 15 - либо начало, либо конец маршрута.
Аналогично с вершиной 6

2) Рассмотрим часть графа Γ с вершинами $\{3, 1, 4, 5, 2\}$

В эту часть ведет только 1 ребро (3-10) - т.е. она соединена с остальным графом только ребром (3-10). Пройти по этому ребру 2 раза нельзя. Докажем, что наш маршрут должен либо начинаться в этой части, либо заканчиваться.

Линия отреза

Бланк ответов

Допустим, это не так. Тогда в момент, когда мы попали в часть графа с $\{1, 3, 4, 5, 2\}$, то ребро $(3-10)$ пройдено (оно единственное), и у нас есть непоисанные ребра в остальной части графа (мы заканчиваем маршрут мы ~~оставляем~~ ~~оставляем~~ при всех посещениях ребра ч). Тогда мы должны пройти эту часть графа, что возможно только при повторном посещении ребра $(3-10) \Rightarrow$ наши предположения неверны, и мы должны либо начать, либо закончить маршрут в части одной из вершин из множества $\{1, 3, 4, 2, 5\}$

3) Запишем, что мы знаем

- ~~в 15 - начало или конец маршрута~~
- ~~в 6 - начало или конец маршрута~~
- Одна из вершин $\{1, 3, 4, 2, 5\}$ - начало или конец маршрута

Применим принцип Дирихле
+ Пусть длина 2 - начало маршрута / конец маршрута
+ у нас 3 вершины: в 15, в 6, одна из вершин $\{1, 3, 4, 2, 5\}$
(важно отметить, что во $\{1, 3, 4, 2, 5\}$ нету вершин 15 и 6)
 $\Rightarrow$ в одной из точек должно быть как минимум 2 вершины, что невозможно (у нас не может быть 2 начала или 2 конца маршрута одновременно) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Такого маршрута не существует

и т д

и

№5 Пар сох размерами 6 существует тогда, и только тогда, когда существует набор из 6 ребер с уникальными вершинами

00

Запишем ребра графа

- 1 (1-5), (1-10), (1-13), (1-8),
- 2 (2-9), (2-11), (2-13),
- 3 (3-8), (3-12), (3-9), (3-6)
- 4 (4-12), (4-9), (4-5), (4-10), (4-8)
- 6 (6-7)
- 7 (7-11), (7-8)

Мы заметили из того, что для в одной строке были ребра с одной конкретной вершиной

Свойства такого набора записи ребер

1. Если мы берем любое ребро со строки i , то мы не можем взять ни одно ~~ре~~ больше ни одно ребро с этой строки (можно сказать, что строка удаляется с записи)

2. Если мы берем ребро $(a-b)$, то ~~удалится~~ мы не можем взять ни одно ребро с вершинами a, b

Док-во первого свойства

Допустим мы можем взять ребро $(a-c)$, после того, как взяли ребро $(a-b)$ в паросочетании. Тогда у нас ^(c-a) набор пар сох имеет в себе 2 ребра с одинаковыми вершинами, что (если верн), что противоречит определению пар сох

Док-во второго свойства

Допустим мы взяли ребро со строки i и еще одно ребро с этой же строки. Тогда у По определению такого списка в одной строке находится ребро с одной общей вершиной $\Rightarrow$ в пар сох 2 ребра с обь верш; что противоречит определению.

Вывод: мы взяли 4 ребра с пар

Заметим, что у нас всего 6 строк с ребрами. По второму свойству можно из второго свойства нам необходимо взять по одному ребру с каждой строки (иначе мы наберем пар сох, размерами < 6)

№5 (продолжение).

Иногда из второго второго списка мы не можем
набрать пар со $\text{размером } \geq 6$ (т.к. если мы взяли в ребро,
то у нас не останется доступных ребер с уникальными
вершинами)

Докажем, что мы не можем набрать 6 ребер в пар со размером

Заметим, что если мы строим $\{6-6\}$ (с ребром вершиной 6)
содержит в себе лишь 1 ребро $(6-7)$. Значит оно обязательно
быть в пар со $\text{размером } \geq 6$ (иначе мы не наберем 6 ребер)
(иначе мы не наберем 6 ребер)

Т.к. ребро $(6-7)$ содержит в себе вершину 7, то мы не
можем брать ребра $\{7-8\}$ с верш 7 (а это — строка)

Т.е. если мы берем вершину $(6-7)$ (а мы обязаны ее брать)
то мы не можем взять ребра из строки 7 и нас остается

4 доступных строки, т.е. $\{7-8\}$ и $\{8-9\}$ мы
можем добавить в пар со $\text{размером } \geq 6$ ребра

$\Rightarrow$ мы можем
набрать пар со $\text{размером } \geq 5$,
не больше $\Rightarrow$

мы не можем набрать
пар со $\text{размером } \geq 6$

