



3101970211037

Титульный лист

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

К Р Ы С А Н Т Ь Е В А

Имя

Е К А Т Е Р И Н А

Отчество

С Е Р Г Е Е В Н А

Дата рождения

07 12 2007

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория

X402

Дата

02 02 2026

Подпись

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	-	20	-	20					
Балл члена жюри №2	20	-	20	-	20					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1

4 случая $b \neq c, a \neq b$

$$f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{bc}) \cdot f(\overline{ca}) = abc = ab^2$$

$$f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{bb}) \cdot f(\overline{ba}) = abc = ab^2$$

$$f(\overline{bb}) = b \text{ (оревидно из условия)}$$

$$f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{ba}) \cdot b = ab^2 \mid b$$

$$f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{ba}) = a \cdot b$$

$$f(\overline{ab}) = \begin{cases} a \\ b \end{cases} \text{ тк } f(\overline{ab}), f(\overline{ba}) = a \cdot b$$

$$f(\overline{ba}) = \begin{cases} a \\ b \end{cases} \quad f(\overline{ab}) \neq f(\overline{ba}) \Rightarrow$$

если $f(\overline{ab}) = a$ то $f(\overline{ba}) = b$

если $f(\overline{ab}) = b$ то $f(\overline{ba}) = a$ и только так

$$f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a + b \quad (*)$$

$$\text{Сумма } S = f(11) + f(12) + f(13) + \dots + f(19) + f(21) + f(22) + \dots + f(29) + \dots + f(91) + f(92) + \dots + f(99)$$

2. от всех двузначных чисел не содержащих 0

$\Rightarrow$ Если $f(\overline{ab})$ в сумме $\Rightarrow f(\overline{ba})$ при условии $a \neq b$

Перепишем

$$S = (f(11) + f(22) + f(33) + \dots + f(99)) + (f(12) + f(21)) + (f(13) + f(31)) + \dots + (f(19) + f(91)) + (f(23) + f(32)) + (f(24) + f(42)) + \dots + (f(29) + f(92)) + \dots + (f(89) + f(98)) = (f(11) + f(99)) + \sum_{a=1}^9 \sum_{b=a+1}^9 (f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}))$$

Скомбинируем вместе все $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba})$, для удобства разделим на обильные скобочки в зависимости от цифр $a \neq b$ и $f(11) + \dots + f(99)$. Используем пункт (*) и (**), и перепишем

$$S = (1 + 2 + \dots + 9) + (1 + 2) + (1 + 3) + \dots + (1 + 9) + (12 + 3) + (12 + 4) + \dots + (12 + 9) + (18 + 9) = 45 + (1 + 8 + 44) + (2 + 7 + 42) + (3 + 6 + 39) + (4 + 5 + 35) + (5 + 4 + 30) + (6 + 3 + 24) + (7 + 2 + 17) + (8 + 1 + 9) =$$

$$= 45 + 8 + 44 + 14 + 42 + 18 + 39 + 20 + 35 + 20 + 30 + 18 + 24 + 14 + 17 + 8 + 9$$

$$= 45 + 8 + 44 + 14 + 42 + 18 + 39 + 20 + 35 + 20 + 30 + 18 + 24 + 14 + 17 + 8 + 9$$

$$= 45 + 8 + 44 + 14 + 42 + 18 + 39 + 20 + 35 + 20 + 30 + 18 + 24 + 14 + 17 + 8 + 9$$

$$\begin{aligned}
 &= 45 + (18 + 45 - 1) + (27 + 45 - 1 - 2) + (36 + 45 - 1 - 2 - 3) + (45 + 45 - 1 - 2 - 3 - 4) + (54 + 45 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5) + (63 + 45 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6) + (72 + 45 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7) + (81 + 45 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8) = \\
 &= 459 + 2(18 + 27 + 36 + 45) - (18 + 27 + 36 + 45 + 54 + 63 + 72 + 81) = 459 + 2(18 + 27 + 36 + 45) - 2(18 + 27 + 36 + 45) = 459 = \boxed{405}
 \end{aligned}$$

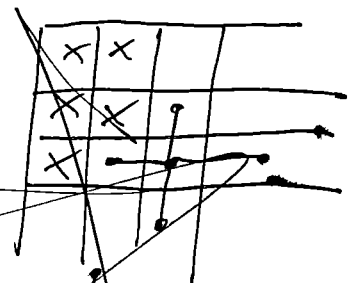
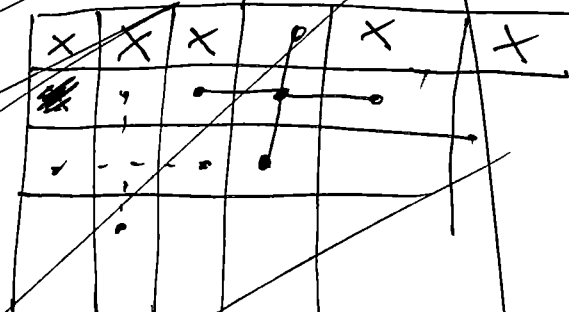
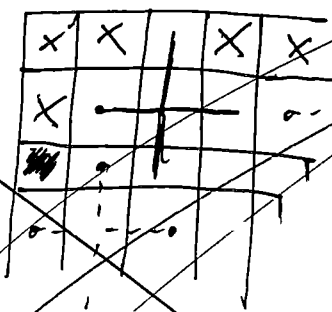
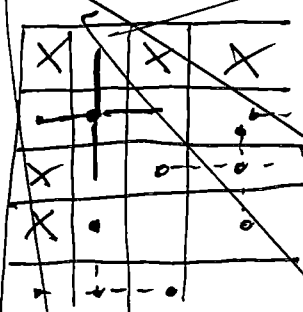
$$S = 405$$

Ответ: $S = 405$

№ 3

Оценка на 8.

Угол доски и варианты расположения

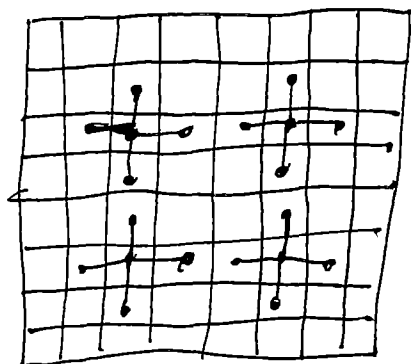


Крестиком отмечены клетки, которые нельзя ни-
каким крестом закрыть (без наложения),
максимально возможные варианты нарисованы
пунктиром. Очевидно что ~~основные~~ ^{доски} клетки можно
закрыть только "основными крестами"
не центральной. Основные клетки доски
можно закрывать ~~максимум~~ ^{минимум} через 2, иначе
не получится. Поэтому ~~нельзя ставить~~
что каждый крест, который накрывает
основную клетку, закрывает 4 клетки
доски. Также очевидно что угловые клетки никак не зак-
рываются.

Нарисованные

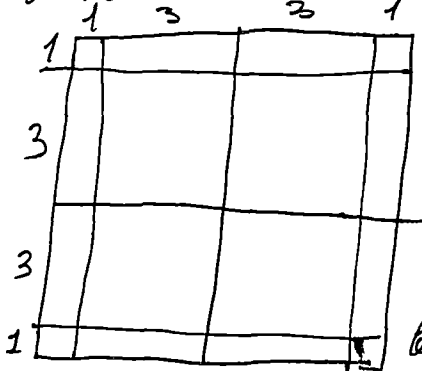
№ 3

Пример на 4



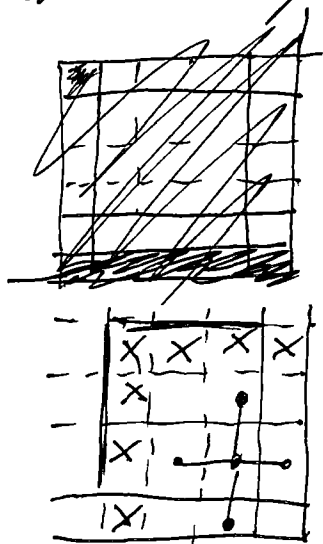
Пример 1

Докажем что 3! (соответственно меньше нуля)



Разобьем доску на 4 квадрата 3×3
% пусть можно
поставить 3 креста
с соблюдением усло-
вий задачи Тогда

по принципу Дирихле. Такой квадрат 3×3 , в котором не стоит центр креста центр 3×3 квадрата
без ограничений общности пусть это будет
нижний правый квадрат.



В нем крестами с центрами в других
квадратах могут быть заняты
только клетки отмеченные x

Но тогда мы можем расположить
еще 1 крестик так как нарисо-
вано мы можем еще 1 $\Rightarrow$ ~~еще~~
3 и меньше крестов быть не может $\Rightarrow$
их всего 4 ~~еще~~

№ 5

$$A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5) \quad B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$$

$$(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0 \quad | : k-2 \quad k-2 \neq 0 \text{ тк нам}$$

$$x^2 + \frac{k(k-2)+1}{k-2}x + \frac{k}{k-2} = 0$$

т.е. Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\left(k + \frac{1}{k-2}\right) \\ x_1 x_2 = \frac{k}{k-2} \end{cases}$$

$$x_1 = -k \quad k \neq \frac{1}{k-2} \Rightarrow k^2 - 2k - 1 \neq 0 \text{ (решения нет)}$$

$$x_2 = \frac{1}{2-k}$$

$$\text{при } \frac{1}{2-k} > 0, \quad \cancel{x_2 \in A} \quad \cancel{\frac{1}{2-k} < 1} \quad \cancel{x_2 \in A}$$

$$\bullet \text{ 1 случай } 0 < \frac{1}{2-k} < 1 \quad \boxed{x_2 \in (0, 1)}$$

$$-2-k > 0 \Rightarrow 2 > k$$

$$1 < 2-k$$

$$k < 1$$

$$\Rightarrow \boxed{k < 1}$$

иногда $x_1 \in B$

$$1 < -k < 2 \quad 3 < -k < 4 \quad 5 < -k < 6 \quad)!$$

$$\Rightarrow -1 > k > -2 \quad -3 > k > -4 \quad -5 > k > -6$$

$$k \in (-1, -2) \cup (-3, -4) \cup (-5, -6) \quad \begin{matrix} x_1 \in B \\ x_2 \in A \end{matrix}$$

• 2 случай и 3 случай

$$\boxed{x_2 \in (2, 3)} \quad 2 < \frac{1}{2-k} < 3 \quad | \quad 2-k$$

$$\begin{cases} 4-2k \leq 1 \\ 1 < 6-3k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 < 2k \\ 3k < 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} < k < \frac{5}{3}$$

$$\text{но } -k > 0 \Rightarrow \frac{3}{2} < k < 0 \quad \nexists \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$\text{Аналогично } x_2 \in (4, 5) \Rightarrow k > 0$$

$$\nexists x_1 \in A \quad x_2 \in B$$

• 1 случай

$$x_1 \in (0, 1)$$

$$0 < -k < 1$$

$$0 > k > -1$$

$$x_2 \in (1, 2)$$

$$-2 > \frac{1}{2-k} > -1 \Rightarrow \begin{cases} 4-2k > 1 \\ 1 > 2-k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 > 2k \\ k > 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} > k > 1 \quad \text{и } 0 > k \quad \nexists$$

$$-4 > \frac{1}{2-k} > -2 \Rightarrow k > \frac{3}{2} \text{ и } k < 0 \quad \nexists$$

$$-6 > \frac{1}{2-k} > -5 \Rightarrow k > \frac{6}{5} \text{ и } k < 0 \quad \nexists$$

• 2 случай $x_1 \in (2, 3)$ и 3 случай $x_1 \in (4, 5)$

Бланк ответов

Линия отреза

$$x \in A \Rightarrow k < 0$$

$$x \in B \Rightarrow k > 0$$

✗ такое невозможно.

Нам подходит ровно 3 случая

$$\text{Ответ: } k \in (-1, -2) \cup (-3, -4) \cup (-5, -6) +$$

