

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия С Т Е П А Н О В

Имя С Е Р Г Е Й

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 08 09 2008

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И-503

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026974036847

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	-	8	5	-	10					
Балл члена жюри №2	-	8	5	-	14					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

$$\sqrt{1} \quad f(\overline{ab}) = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, \quad f(\overline{ab}) \quad f(\overline{bc}) \quad f(\overline{ca}) = abc(1)$$

Найдем $f(11) + f(22) + \dots + f(99) = 1+2+\dots+9 = 45$ ^{различных}

Найдем сумму функций f для ^{двухзначных} чисел, состоящих из цифр a, b, c

из условия (1) следует, что $f(\overline{ab}) + f(\overline{bc}) + f(\overline{ca}) = a+b+c$, т.к.

в противном случае $abc = a^2b \Rightarrow c=a$ (остальные случаи в силу симметрии.)

Обозначим $F(a, b, c) = f(\overline{ab}) + f(\overline{bc}) + f(\overline{ca}) = a+b+c$

Заметим, что $F(a, b, c) + F(a, c, b) = 2(a+b+c)$ - содержит сумму всех f от всех возможных чисел из разрядов a, b, c

Всего наборов из 3 разрядов цифр - C_9^3 . Таким как каждый набор ~~симметричен~~ вероятность появления каждой цифры в наборе одинакова, то можем

высчитать среднюю сумму каждого такого набора: $\frac{45}{9} \cdot 3 = 15$

Сумма, к которой каждая цифра присутствует ровно в C_8^2 , то общая

сумма всех наборов: $\frac{2 \cdot 15 \cdot C_9^3}{C_8^2} + 45 =$ ^{почему можно разбить на тройки?}

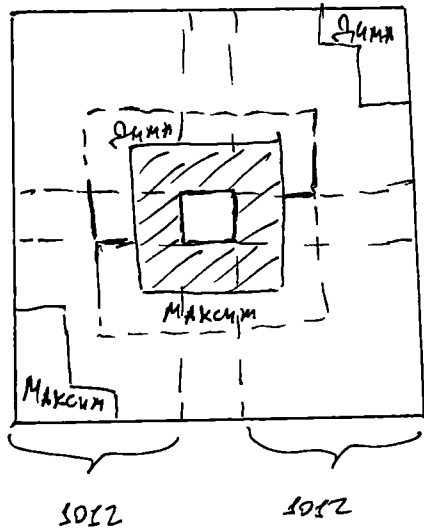
$$= \frac{2 \cdot 15 \cdot 84}{8 \cdot 7} + 45 = \frac{15 \cdot 9 \cdot 4}{3 \cdot 2} + 45 = 15 \cdot 6 + 45 = 15 \cdot 9 = 135$$

Ответ: 135 -

№2

2025

2025

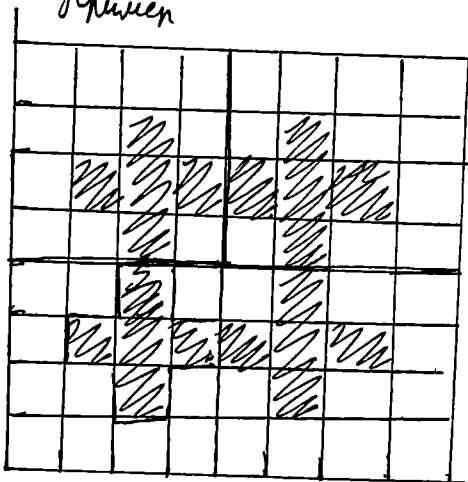


Вслед за ним ход может сделать и Дима

Ответ: Дима ✓

№3 Ответ 4

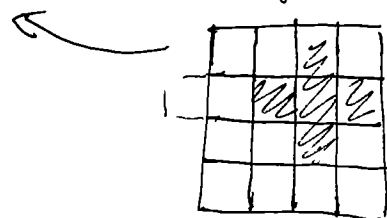
Пример



Пример +

Пусть Дима рисует змейку вида квадрат 3×3 без центральной клетки, где центральная клетка движется центром поля 2026×2025 . Тогда теперь Дима гарантированно может поиграть место для змейки после хода Максима, построив змейку, симметричную предыдущей змейке Максима относительно центра квадрата. Тогда пока может сделать ход Максим, есть стратегия, но она не доказана.

Пусть существует расстановка, содержащая 3 креста. Тогда разобьем квадрат 8×8 на 4 квадрата 4×4 .



Тогда обязательно у любого креста, хотя бы 1 его клетка должна быть вырезана.

Заметим, что 3-ий крестами вырезать хотя бы по одной клетке, из которых из 4 крестов не получится. Почему? Противоречие, такой расстановки не существует.

$$\sqrt{5} (k-2)x^2 + (k-1)^2 x + k = 0,$$

по теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-(k-1)^2}{k-2} = \frac{-k^2 + 2k - 1}{k-2} = -k - \frac{1}{k-2} \\ x_1 x_2 = \frac{k}{k-2} \end{cases}$$

↓

$$x_1 = -k, x_2 = -\frac{1}{k-2}$$

↓ Откуда?

$$\text{Ответ: } k \in (-6, -1)$$

а) откуда $k \in (-5, -4) \cup (-3, -2) \cup (-1, 0)$,

$$\left[\frac{1}{k-2} \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1) \right]$$

Пусть $k = a, \frac{1}{k-2} = b \Rightarrow b = \frac{1}{a-2} \Rightarrow (a-2)b = 1$

1) На промежутке $k \in (-5, -4)$

$$f(k) \in \left(-\frac{1}{7}, -\frac{1}{6}\right)$$

2) $k \in (-3, -2)$

$$f(k) \in \left(-\frac{1}{5}, -\frac{1}{4}\right)$$

3) $k \in (-1, 0)$

$$f(k) \in \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right), \text{ нет решений}$$

б) $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

$$\left[\frac{1}{k-2} \in (-5, -4) \cup (-3, -2) \cup (-1, 0) \right]$$

или $k \in (-6, -1) \quad f(k) \in \left(-\frac{1}{8}, -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow k \in (-6, -1) \subset (-3, 0)$

удовлетворяют все $k \in (-6, -1)$,

удовлетворяет $k \in \left(-\frac{1}{8}, -\frac{1}{3}\right)$

$\subset (-3, 0)$

