



2026137000724

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К О З Л И Ш И Н А

Имя И И Н А

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В Н А

Дата рождения 08 09 2008

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория М 5 2 7

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026137000724

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история

☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык

☐ физика ☐ химия

Класс

☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	5	0	0					

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1

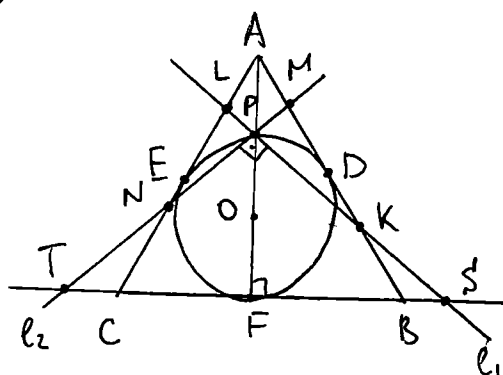
Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача №4



нет, не симметрична
 $BS' = CT$, если прямые l_1 и l_2 симметричны относительно прямой AF являющейся высотой равностороннего треугольника, т.е. если P лежит на AF нет, не лежит
 В таком случае, вся конструкция симметрична относительно AF

Докажем, что $MK + LN = ST$. Заметим, что в силу симметрии $LN = MK$, $ST = TF + FS' = 2 FS' = 2 TF$. Итак будем доказывать, что $MK = FS'$

В силу симметрии $\angle PS'F = \angle PTF = 45^\circ$

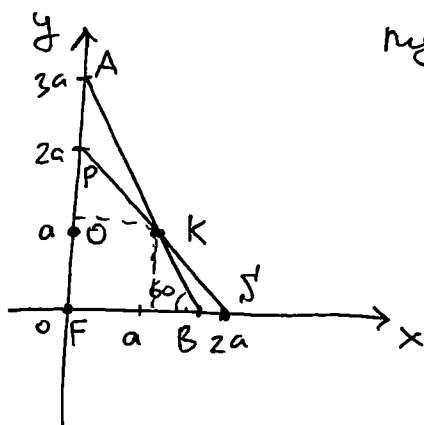
Покажем что $\angle OKA = 45^\circ$. Введем систему координат, см рис

Пусть $AF = 3a$, тогда см рис

$B(a\sqrt{3}, 0)$, $A(0, 3a)$, $P(a, 2a)$, $S'(2a, 0)$

Не угадали, пусть $a = 1$, тогда ур-я прямых AB и PS'

$y = -\sqrt{3}x + 3$ и $y = -x + 2$, а точка



~~К имеет координаты $(\frac{1}{\sqrt{3}-1}, \frac{1}{\sqrt{3}-1})$~~ К имеет координаты $(\frac{1}{\sqrt{3}-1}, \frac{1}{\sqrt{3}-1})$

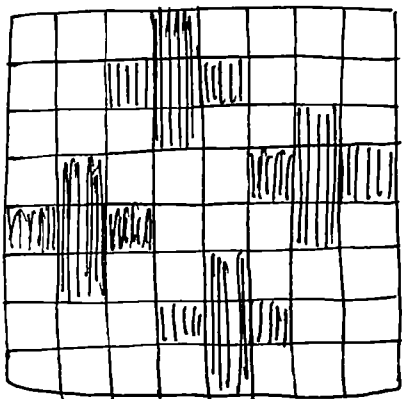
По теореме косинусов ~~сдел~~ косинус угла $\angle OKA$ равен $\cos \angle OKA = \frac{OK^2 + AK^2 - OA^2}{2 OK AK} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (поверьте, очень долго все переписывать с черновика!)

Тогда, раз $\angle OKA = 45^\circ$, вернемся к исходной конструкции и заметив, что $\angle ODK = 90^\circ$, имеем что $DK = OD = MD$ (в силу симметрии), а значит, $MK = PF$, а $PF = FS'$. Значит $MK = FS'$, из чего имеем, что $LN + MK = TF + FS' = TS'$ (из симметрии), что и требовалось доказать.



Задача № 3

Покажем, что можно вырезать 4 пятиклеточных креста, так, чтобы из оставшейся части нельзя было вырезать еще один крест



Вот пример (кресты — закрашенные клетки)
верный пример без отмены

Покажем, что нельзя ~~никогда~~ вырезать $\left(\begin{smallmatrix} \text{---} \\ \oplus \end{smallmatrix} \right)$ меньшее кол-во ^{крестов} квадратов так, чтобы из оставшейся части нельзя было вырезать пятиклеточного креста

Действительно, если крест можно вырезать, если у нас есть целый квадрат 3×3 (не только в этом случае, но и в том и в этом) Будем вырезать кресты, «обезвреживая» * квадраты 3×3

(Для удобства пронумеруем строки и столбцы как показано на рисунке)

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
1				1				
2			1	1	1			
3				1			2	
4		4				2	2	2
5	4	4	4				2	
6		4			3			
7				3	3	3		
8				3				

Начнем с левого верхнего квадрата 3×3

чтобы «обезвредить» его, из него нужно

вырезать либо клетку В2 либо Б3 Поскольку доска симметрична относительно диагонали ну о вырежем клетку В2, включив ее в вырезанный крест

Это можно сделать единственным способом (клетки отмеченные как 1 — те которые мы вырезаем) Итак, первым квадрат обезврежен Теперь обезвредим правый верхний квадрат, вырезав либо Е2 либо Ж3 Очевидно, что вырезав Ж3 мы «обезвредим» большее кол-во квадратов 3×3 Аналогично нужно обезвредить ~~левый~~ правый нижний (Е7) и левый нижний углы (Б6) Итак, менее чем 4 квадратами точно не обойтись

Ответ 4

* «обезвреживанием» квадрата я называю вырезание из него некоторого кол-ва клеток после чего из него невозможно становится вырезать крест

Задача №1

Заметим, что из равенства $f(\overline{ab}) \times f(\overline{bc}) \times f(\overline{ca}) = a \ b \ c$,
 следует, что при $a=b$ $f(\overline{aa}) \times f(\overline{ac}) \times f(\overline{ca}) = a \ a \ c$,
 следовательно для ~~каждых~~ "симметричных" чисел $те$ для
 чисел вида $\overline{ac}$ и $\overline{ca}$ при $c \neq a$ $f(\overline{ca}) + f(\overline{ac}) = a+c$ $\uparrow$

Среди чисел 11 12 19 21 22 29 31 , 99 ~~это тоже~~
 всего 9 чисел вида $\overline{aa}$ и 72 "симметричных" числа

$$f(11) + f(22) + \dots + f(99) = 1+2+3+\dots+9 = 45$$

Считаем суммы функций от "симметричных" чисел

$$f(12) + f(21) + f(13) + f(31) + \dots + f(19) + f(91) = 52$$

$$f(23) + f(32) + \dots + f(29) + f(92) = 56$$

$$f(34) + f(43) + \dots + f(39) + f(93) = 57$$

$$f(45) + f(54) + \dots + f(49) + f(94) = 55$$

$$f(56) + f(65) + \dots + f(59) + f(95) = 50$$

$$f(67) + f(76) + \dots + f(69) + f(96) = 42$$

$$f(78) + f(87) + f(79) + f(97) = 31$$

$$f(89) + f(98) = 17$$

Итого $S = 45 + 52 + 56 + 57 + 55 + 50 + 42 + 31 + 17 = 405$

Ответ 405

Задание №2

Поскольку в условии сказано, что выигрыш не зави-
сит от игры противника, будем считать, что Дима
и Максим ^{а если нет?} глупые и ходят тоже по-глупому,
а именно, рисуют сверху вниз столбики по 8 клеточек,
пока можно, а когда снизу остается меньше 8 свободных
клеточек, переходит в новый столбец. Так они поступают
очень-очень долго, пока у них не закончатся столбцы!

Поскольку $2024 = 253 \cdot 8$, в нечетных столбцах последнего
змейку будет рисовать Дима, который ходит нечетные ходы,
а в четных — Максим. Поскольку столбцов всего 2025
штука, т.е. нечетное число последнего змейку выше-
описанным образом поставит Дима.

Но у игроков остается ещё $2025 - 2024 = 1$ полностью
пустая строка снизу. Туда они будут рисовать
горизонтальные змейки по 8 клеточек до тех пор, пока
у них не останется 17 клеточек. И вот тут игрок,
оставивший после себя эти 17 клеточек проигрывает, так как
другой поставит свою змейку ровно посередине этих 17
клеточек, не оставив ему места где ход.

Поскольку начинать горизонтальный ряд будет ^{Максим} ~~Дима~~, а
 $(2025 - 17) / 8 = 252$, проигрывает Дима.

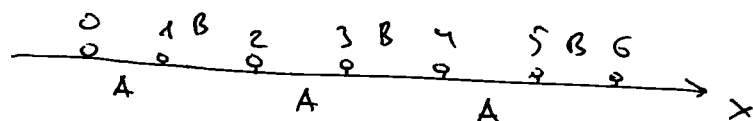
Ответ выиграет ~~Дима~~ Максим



Линия отреза

Задача № 5

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$



По теореме Виета,

$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{k}{k-2} \\ x_1 + x_2 = \frac{(k-1)^2}{2-k} \end{cases}$$

Заметим, во-первых что $0 < x_1 x_2 < 30$, $1 < x_1 + x_2 < 11$

$$\begin{cases} 0 < \frac{k}{k-2} < 30 \\ 1 < \frac{(k-1)^2}{2-k} < 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \frac{k}{k-2} \\ \frac{k - 30k + 60}{k-2} < 0 \\ 2-k < k^2 - 2k + 1 \\ k^2 - 2k + 1 < 22 - 11k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k < 0 \\ k > 2 \\ k < 2 \\ k > 60/29 \\ k < \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ k > \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ k > \frac{-9-\sqrt{165}}{2} \\ k < \frac{-9+\sqrt{165}}{2} \end{cases}$$

Ну, ещё можно рассмотреть как 9 различных комбинаций корней квадратного трёхчлена, но это долго и пусто

Такое же можно потребовать положительности дискриминанта

$$D = (k-1)^4 - 4k(k-2) = k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1 > 0$$

⊖

