



1302252300318

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия

ЗЫКИН

Имя

ЕГОР

Отчество

СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения

08 12 2009

Город участия

ИЖЕВСК

Аудитория

256

Дата

02 02 2026

Подпись

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302252300318

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия И Ж Е В С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	—	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	—	0					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

№ 1.

			4	4	4
		4	4	4	4
	2	2	4	4	3
2	2	2	4	3	3
2	2	1	3	3	3
2	2	1	1	3	
1	1	1	1		
1	1	1			

⊕

№ 2

Решение.

Дано

$\triangle ABC$

$\angle A = 90^\circ$

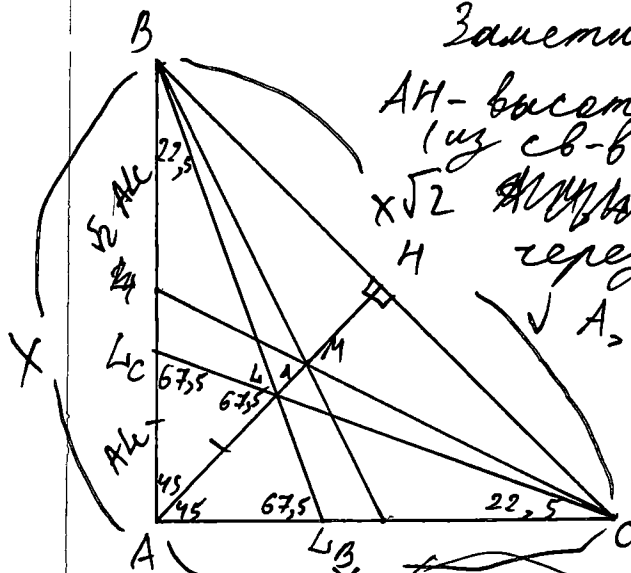
$AB = AC$

M - центр тяжести

L - инцентр

$ML = 1$

$BC = ?$



Заметим что т.к

AH - высота, мед., бис (из св-ва равнобедр. $\triangle$)

$\times \sqrt{2} \Rightarrow AH$ проходит через M и L и значит

A, M, L, H - на одной прямой
 $AB = AC$ из гс.
 $\angle ABH = \angle ACH$

То есть $\triangle BHL \cong \triangle CHL$

$$x^2 + x^2 = BC^2$$

$$BC = \sqrt{2} \times x$$

$$\text{Из } \triangle AML \Rightarrow AH = \frac{BC}{2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} x$$

из св-ва бис (а CL - бис.)

$$\text{имеем } \frac{BC}{AC} = \frac{BL}{AL} = \frac{\sqrt{2}x}{x} = \sqrt{2} \Rightarrow BL = \sqrt{2} AL$$

$$BL + AL = x$$

$$\sqrt{2} AL + AL = x \Rightarrow AL = \frac{x}{1 + \sqrt{2}}$$

$$(2) AM = AL + ML$$

Заметим, что т.к $\angle A = 90^\circ$
и $\triangle ABC$ равнобедр. $\Rightarrow \angle C = \angle B = 45^\circ$

Тогда $\angle LCA = \angle LBA = 22.5^\circ \Rightarrow \angle ALB = \angle ALC = 67.5^\circ$
т.к AH - бис. $\angle LAB = \angle LAC = 45^\circ \Rightarrow \angle ALB = \angle ALC = 67.5^\circ$

$\triangle ALB \cong \triangle ALC$ (по двум углам)
 $AL = AL$ (общий)
Тогда $AM =$
 $ML = 1$ (дано)
 $AM = \frac{2}{3} AH$ (свойство медианы)

$$AL + 1 = \frac{x}{1 + \sqrt{2}} + 1$$

$$\frac{AM}{ML} = \frac{2}{1} \Rightarrow AM = 2 ML = 2$$

$$AM = AH - ML = \frac{\sqrt{2}}{2} x - 1$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} x - 1 = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} x = 3 \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 2}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$3 = \sqrt{2} x - \frac{3x}{1 + \sqrt{2}}$$

$$3 = x \left(\sqrt{2} - \frac{3}{1 + \sqrt{2}} \right) \Rightarrow 3 = x \frac{\sqrt{2} + 2 - 3}{1 + \sqrt{2}}$$

$$x = \frac{3}{\frac{\sqrt{2} + 2 - 3}{1 + \sqrt{2}}} = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2} - 1} = \frac{3(1 + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{3(1 + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)}{1} = 3(1 + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1) = 3(1 + \sqrt{2} + \sqrt{2} + 2) = 3(3 + 2\sqrt{2}) = 9 + 6\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{2} x = \sqrt{2} (9 + 6\sqrt{2}) = 9\sqrt{2} + 12$$

$$(3 + 3\sqrt{2})(\sqrt{2} + 1) = 3\sqrt{2} + 3 + 6 + 3\sqrt{2} = 9 + 6\sqrt{2}$$

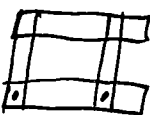
Ответ $BC = 9\sqrt{2} + 12$

№3. (Продолжение на обратной стороне)

Среди чисел 1, 2, 3, ..., 8 не только 1, 3, 5, 7

Заметим что четность строки или столбца зависит только от четности кол-ва нечетных чисел в нем (чет. число нечетных чисел $\Rightarrow$ сумма четная; иначе нечетная). Определим число строк в которых может быть хотя бы 1 нечетное число. Нет ≥ 3 такие строки, тогда получаем противоречие т.к. хотя бы 3 строки с ≥ 1 нечетным в каждой при том сумма в каждой строке четная, а не ≥ 6 . А у нас их 4. Противоречие. Строк с хотя бы 1 нечетным ≤ 2 .

Аналогичное рассуждение для такой строки 1. Тогда все четные числа в 1 строке, и ст. с ≥ 1 нечетным. Тогда в каждой из этих 4 ст. сумма чисел нечетна. Противоречие. Тогда таких строк = 2. Всего нечетных 4 строки 2, в каждой строке ≥ 2 нечетных числа $\Rightarrow$ в каждой из 2 строк по 2 нечетных числа. Аналогичное рассуждение для ст. $\Rightarrow$ их также 2 и в каждой по 2 нечетных числа. Откуда получаем что все нечетные распределяются так.



на пересечении 2 строк и 2 столбцов

число вариантов выбрать 2 строки $C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

2 ст. также $C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$. Тогда

на 2 строки и 2 ст. $(C_4^2)^2 = 6^2 = 36$ + Теперь в 4 пересечении вар. расставить 4 раза нечетное = $4! = 24 \Rightarrow$ всего вар. $36 \cdot 24 = 864$

Продолжение 13

Выбрать место для любого из чисел 2, 4, 6, 8
т.к. они темны и не изменяют темноту суммы
и места уже изменены (или использованы)

Остается 60 мест $\Rightarrow$ выбрать 4 клетки +
пометим $\binom{4}{60}$ сл. и расставить в них $4!$ сл.

Всего вариантов $\binom{2}{8}^2 \cdot 4! \cdot \binom{4}{60} \cdot 4! =$

$$\frac{8!}{2!} \cdot \frac{8!}{2!} \cdot 4! \cdot \frac{60!}{4!} = 56^2 \cdot 3!$$

60 59 58 57, Ответ: 60 59 58 57 $\cdot 56^2 \cdot 6$

$\oplus$
15.

$$n \geq 100$$

$$\forall d \quad n, d, d \neq 1, d \neq n, d \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt{n-100} < d < \sqrt{n+100} \quad \text{из уса на } d$$

можем сделать и $n+100 > n-100$ можем сделать так

$$n-100 < d^2 < n+100 \quad \begin{cases} d_{\min} - \text{мин. л. сдвиг для } n \\ d_{\max} - \text{макс. сдвиг для } n \end{cases}$$

$$\begin{cases} n-100 < d_{\min}^2 < n+100 \\ n-100 < d_{\max}^2 < n+100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n-100 < \frac{n^2}{d_{\max}^2} < n+100 \\ n-100 < \frac{n^2}{d_{\min}^2} < n+100 \end{cases}$$

$$1) \quad n-100 < \frac{n^2}{d_{\max}^2} \quad | \cdot d_{\max}^2$$

$$n^2 > n d_{\max}^2 - 100 d_{\max}^2$$

$$n^2 - n d_{\max}^2 + 100 d_{\max}^2 > 0$$

$$D = d_{\max}^4 - 400 d_{\max}^2 < 0$$

$$d_{\max}^4 - 400 d_{\max}^2 - d_{\max}^2$$

$$d_{\max}^2 < 400$$

$$d_{\max} < 20$$

$$n \geq 100 \quad d_{\min} \geq 6$$

$$2) \quad n-100 < \frac{n^2}{d_{\min}^2} \quad | \cdot d_{\min}^2$$

$$n^2 - n d_{\min}^2 + 100 d_{\min}^2 > 0$$

$$D = d_{\min}^4 - 400 d_{\min}^2 < 0$$

$$d_{\min}^2 < 400$$

$$d_{\min} < 20$$

Переберем $d_{\min}$ от 6 до 19

Очевидно что $d_{\min} = 2$ или 3 или 5

$$1) d_{\min} = 7 \quad 5) d_{\min} = 19 \quad 6) 6 \leq d_{\min} < d_{\max} \leq 20$$

$$2) d_{\min} = 11 \quad 3) d_{\min} = 13 \quad 4) d_{\min} = 17$$

19? продолжение на стр 3

Продолжение r5

$$6 \leq d_{\min} \leq d_{\max} < 20$$

- 1) $d_{\min} = 7$
- 2) $d_{\min} = 11$
- 3) $d_{\min} = 13$
- 4) $d_{\min} = 17$

Поскольку $d_{\max}$ также ≥ 6 и < 20
мы аналогично можем сказать
что $d_{\max} = 7$ или 11 или 13 или 17

Итого если $d_{\min} = 19$

19 7

$d_{\max} \rightarrow$ $d_{\min} \downarrow$ 7	$7 \ 7$ $1 \leq 7 \leq 49$ $\ominus$ $m \ \kappa \ 7 \ 7 < 100$	11 $1 \leq 7 \leq 121$ $\ominus$ $m \ \kappa \ 7 \ 11 < 130$	13 $1 \leq 7 \leq 169$ $\ominus$ $m \ \kappa \ 91 < 100$	17 $1 \leq 7 \leq 289$ $19 < 49 < 289$ $19 < 169 < 289$ 289 $\oplus$ $n = 119$
11	11 $\ominus$ $m \ \kappa \ 11 > 7$	$1 \leq 11 \leq 121$ $21 < 121 < 221$ $\oplus$ $n = 121$ $\oplus$	$1 \leq 11 \leq 169$ $43 < 121 < 243$ $43 < 169 < 243$ $\oplus$ $n = 143$ $\oplus$	$1 \leq 11 \leq 289$ $87 < 121 < 289$ $289 > 289$ $\ominus$
13	$\ominus$ $13 > 7$	$\ominus$ $13 > 11$	$1 \leq 13 \leq 169$ $69 < 169 < 269$ $\oplus$ $n = 169$ $\oplus$	$1 \leq 13 \leq 289$ $121 < 169 < 321$ $121 < 289 < 321$ $\oplus$ $n = 221$ $\oplus$
17	$\ominus$ $17 > 7$	$\ominus$ $17 > 11$	$\ominus$ $17 > 13$	$1 \leq 17 \leq 289$ $189 < 289 < 389$ $\oplus$ $n = 289$

ответ $n = \{ 119, 121, 143, 169, 221, 289 \}$

В потерянных решениях вида $n = d^2, d \geq 17$

В потерянных корнях

$$1763 = 41 \ 43 \quad 323 = 17 \ 17$$

$$889 = 29 \ 31$$

$$437 = 19 \ 23$$

