ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101525606278

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Фамилия ГУРЬЯНОВ

Имя ТИМОФЕЙ

Отчество АНАТОЛЬЕВИЧ

Дата рождения 14 03 2009

Город участия УФА

Аудитория 9-501

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101525606278

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] анализ данных
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с ☐☐:☐☐ до ☐☐:☐☐

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	10	20	0	0					
Балл члена жюри №2	0	10	20	0	0					

Итоговый балл 30

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

20б

№3

Заметим, что $(a\downarrow b)\Leftrightarrow(\neg a\wedge\neg b)$, где ¬ - инверсия.
Тогда $(a\downarrow a)\Leftrightarrow(\neg a\wedge\neg a)\Leftrightarrow\neg a$

~~Автор~~ Составим таблицу истинности для данного выражения $(a\wedge b)\vee(a\to c)$

a	b	c	Значение
1	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	0	0	1

Тогда данное выражение эквивалентно $\neg(a\wedge\neg b\wedge\neg c)$

$\neg(a\wedge\neg b\wedge\neg c)\Leftrightarrow\neg((a\wedge\neg b)\wedge\neg c)\Leftrightarrow\neg((\neg a\downarrow b)\wedge\neg c)\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\neg(\neg(\neg a\downarrow b)\downarrow c)\Leftrightarrow\neg(((\neg a\downarrow b)\downarrow(\neg a\downarrow b))\downarrow c)\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\neg((((a\downarrow a)\downarrow b)\downarrow((a\downarrow a)\downarrow b))\downarrow c)\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow((((a\downarrow a)\downarrow b)\downarrow((a\downarrow a)\downarrow b))\downarrow c)\downarrow((((a\downarrow a)\downarrow b)\downarrow((a\downarrow a)\downarrow b)$

Итого ответ: $((((a\downarrow a)\downarrow b)\downarrow((a\downarrow a)\downarrow b))\downarrow c)\downarrow((((a\downarrow a)\downarrow b)\downarrow((a\downarrow a)\downarrow b))\downarrow c)$

№4 0б

Рассмотрим часть графа {7;8;9}. Заметим, что она связана с остальным графом только ребром 7-13, => (т.к. все рёбра в маршруте уникальны) мы можем либо „войти" из остального графа в часть {7;8;9}, либо наоборот => наш маршрут должен либо начинаться в {7;8;9}, либо заканчиваться там.

Аналогичные рассуждения верны для частей {15} и {4;6} => у нас уже есть минимум три части графа, которые не пересекаются и каждая должна содержать начало или конец маршрута, что невозможно => $\boxed{\text{в графе не существует маршрута по всем рёбрам}}$

№5 0б

Заметим, что если мы берём в ответ какое-то ребро, то мы не можем взять никакое ребро имеющее с ним общую вершину.
] n - число рёбер в графе, из которых можно взять ребро в ответ.
] a - сумма рёбер, которые имеют хотя бы одну общую вершину с данным ребром.
Тогда, каждый раз, когда мы добавляем i-ое ребро к ответу n уменьшается на a_i
Заметим, что для данного графа минимальное $a = 5$. И оптимальной стратегией будет каждый раз выбирать ребро с минимальным a (т.к. нельзя, чтобы Σ выбранных $|a| > n$)
Тогда возьмём 6-7 ($a=5$); 11-2 ($a=5$); 13-1 ($a=5$); Далее не осталось $a=5$ => берём $a = 6$

12-3 ($a=6$); ~~От~~ и=6 закончилось:

~~Заметим, что осталось~~

4-5 ($a=7$)

Больше нет доступных рёбер и каждый раз мы выбираем оптимальное ребро => $\boxed{\text{Такого паросочетания не существует}}$

№2 = 10б

$A+B \in [0;2046]$

Тезис ①: (с помощью A и B мы можем набрать любое число $n \in [0;2046]$ с помощью $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ способов. (если n чётное, то A пробегает значения от 0 до $\frac{n}{2}$, B от n до $\frac{n}{2}$ соответственно, а
(округление вниз)

если n – нечётное, то это тоже самое, что $n+1$, но -1 способ $\left(\frac{n+1}{2}; \frac{n+1}{2}\right)$ => округление вниз). Если $n=0$, то способ 1

т.к. палиндром симметричен, то если i ($i \in [5;9]$) бит равен 1, то и $9-i$ бит единица

Тогда 10 битами можно записать $2^{9-5+1}=32$ палиндромов

Max палиндром $= 1111111111_2 = 1023$ => мы можем записать любой из 32 палиндромов.

Заметим, что из ① следует, что ответ равен ~~сумме палиндромов (Σ Pal) делённых~~

$$\left(\sum_{i=1}^{32} \left\lfloor \frac{\text{Палиндром}_i}{2} \right\rfloor\right) + 1 = 1 + \frac{\sum \text{чёт палиндромов}}{2} + \sum_{i=1}^{32} \left\lfloor \frac{\text{неч палиндром}_i}{2} \right\rfloor$$

палиндром 0000000000

Заметим, что у нас 16 чёт палиндромов и 16 нечёт (т.к. каждый бит $=1$ ровно в половине случаев)

~~Если мы сложим все неч палиндромы, то каждой пары остаток от деления на 2 каждой пары ноль.~~ => сумма остатков каждой паре = 2

~~палиндромов = ...~~ Заметим, что каждый неч. палиндром $= \ldots 1_2$ =>

$$= \sum_{i=1}^{32} \left\lfloor \frac{\text{неч палиндром}_i}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{\Sigma \text{неч палиндромов}}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{\text{кол-во неч. палиндромов}}{2} \right\rfloor =$$

$$= \frac{\Sigma \text{неч палиндромов}}{2} - \frac{\text{кол-во неч палиндромов}}{2}$$

т.к. у нас 16 неч. палиндромов.

$$\text{Ответ} = 1 + \frac{\Sigma \text{чёт палиндромов}}{2} + \frac{\Sigma \text{нечёт палиндромов}}{2} - \frac{\text{кол-во нечёт палиндромов}}{2} =$$

$$= 1 - \frac{16}{2} + \frac{\Sigma \text{палиндромов}}{2} = \frac{\Sigma \text{палиндромов}}{2} - 7.$$

Заметим, что каждый бит равен 1 ровно в половине случаев, тогда ~~сумма~~ Σ палиндромов

$= \cancel{16 \cdot 2^9 + 16 \cdot 2^8 + \ldots = 16 \cdot (2^9 + 2^8 + \ldots) = 16 \cdot (512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1)} =$

$16 \cdot$

Бланк ответов

$= 16 \cdot 2^4 + 16 \cdot 2^8 + \ldots = 16(512+256+128+64+32+16+8+4+2+1)$

$= 16 \cdot 1023$

ответ $= \frac{16 \cdot 1023}{2} - 7 = 8 \cdot 1023 - 7 = \boxed{8177}$

№5.

Доказательство: нельзя, чтобы Σ всех $a = n$ вначале => нельзя чтобы в какое-т. вершине ребра было больше, чем a_i.

№1 Об

19528 = 0100110001001000

31945 = 0111110011000011

19548 = 0100110001011100

12417 = 0011000010000001

~~или~~ | и ~ однозначно задают нам число в результате. т.е. при ~a или a | b любое изменение в a или b приведёт к изменению результата операции

Линия отреза

Бланк ответов