



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки
Курс ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует
Город участия *ЕКАТЕРИНБУРГ*

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке :
Время выхода с до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	5								
Балл члена жюри №2	20	5								
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл *25*

Подпись члена жюри №1 *[Подпись]* Подпись члена жюри №2 *[Подпись]*

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача про Незнайка

Гл. все разности положительные очевидно, что для максимизации мы можем записать "не превосходит"

и $\leq$ на $\mathbb{R}$, получим V

(1) $abc = 23160$ найти макс ab^2c^3

$$(2) 9b + 20c = 810$$

(3) Заметим, что $ab^2c^3 = 28160 \text{ в}^2 \text{ с}^2 (\text{из (1)})^4$

$$u_3(2): b = \frac{810 - 200}{9} \quad \checkmark$$

$$(3), (2): 29160 \cdot C^2 \cdot \left(\frac{810 - 20C}{9} \right) = 3240(810C^2 - 20C^3) = h(C) \quad \forall$$

Найдём экстремум, взяв производную и приравняв к 0

$$C^2 - 27C = 0 \quad \checkmark \quad \begin{array}{l} C^2 - 27C = 0 \\ C(C - 27) = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 0 \quad 0 \quad 0 \\ C = 0 \text{ - потрошитель корень} \\ C = 27 \text{ - точка максимум} \end{array}$$

Получаем: $c=0$ | $c>0$ по условию задано
 $c = \sqrt{22}$

$c = \sqrt{27}$
неверно. $h(0) < h(\sqrt{27}) = \sqrt{27}$ - максимум для $c > 0$

$$b = \frac{810 - 20\sqrt{27}}{9} = 90 - \frac{20}{9}\sqrt{27}$$

$$Q = \frac{29160}{27 \sqrt{27} \left(90 - \frac{20}{9} \sqrt{27} \right)} = \frac{108}{\sqrt{27} \left(8 - \frac{2}{9} \sqrt{27} \right)} = \frac{16}{3 \sqrt{27} - 2}$$

$c = \sqrt{27}$ Допущена ошибка
к квадрату ур

Международная студенческая олимпиада УрФУ «Математический Студент» 2022/23 2 этап

БЛОК 2

2) Чтобы однозначно представить векторы $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ должны быть линейно независимы (и координатными).
Пусть $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
Очевидно, что эти векторы линейно независимы (как $\vec{e}_i$), это так?
При этом $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{e}_1$, $\vec{a}_2 = \vec{e}_2$,
 $\vec{a}_3 + \vec{a}_1 = \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = \vec{e}_3$ где $\vec{e}_i$ - стандартный базис U (см. пункт 1)

Докажем обратное утверждение
 $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ представим через $\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_3$ как $a_1 \vec{e}_1 + b_2 \vec{e}_2 + c_3 \vec{e}_3 =$
 $= a(\vec{a}_1 + \vec{a}_2) + b\vec{a}_2 + c(\vec{a}_3 + \vec{a}_1) + d\vec{a}_3$
(примеч: в гиперплоскости)
 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{a}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3$ представлений не существует $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\Rightarrow$ (опасность)

БЛОК 2

* Я случайно сильно обозначил
 $x_1 = a_1, x_2 = b_1, x_3 = a_2, \dots, x_n = a_n$

- 1) Возьмем ортонормированный базис пространства
 стандартных векторов $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ - очевидно
 из того что там и там по одному ненулевому элементу
 что это базис стандартных векторов над $\mathbb{Z}^4$
 пусть $\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$ - какой-то вектор из U , тогда
 $\vec{x}$ можно представить в виде $ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4$
 $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ по условию U $\oplus$ (станд)

- 2) Т.к. написано сказано про то, что базис должен
 быть линейно независимым добавили к нему u_5 вектор $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = u_5^*$
 т.к. в условии написано "можно" добавили еще $u_6 = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}$
 и просто взяли каждый раз $\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$ представляется
 как $ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4 + 0 \cdot u_5 + 0 \cdot u_6$

- 3) Пусть еще такие $a_1, \dots, a_n$ Пусть еще какой-то $\vec{x} \in U$
 возьмем стандартный базис $\vec{x}$ стандартного $\mathbb{Z}^n$ найдем по $\vec{x}$
 Тогда $\vec{x} - \vec{x} = 0$ по условию ортогональности $\vec{x}$ и $\vec{x}$ предположим
 найдем $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ т.к. они оба из U при этом $\vec{x}$ по условию
 неотриц. скаляр. (принимая $\vec{x}$ скалярное произведение т.к. мы можем его
 считать скалярным произведением $\vec{x}$ на -1 , оно очевидно отрицательное)
 Международная студенческая олимпиада УрФУ «Изумруд. Студенты» 2022/23, 2 этап 2

БЛОК 2 (необходимо решить все задачи)

4) $a_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $a_2 = \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $a_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $a_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $a_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

то базис т.е. аналогично пункту (2)? Но это
НЕ базис.

$$\begin{pmatrix} 2022 \\ 2022 \end{pmatrix} = 16|\bar{a}_1 + 0\bar{a}_2 + 2022\bar{a}_3 + 2022\bar{a}_4 + 2022\bar{a}_5$$

↑
каждый коэф. $\Rightarrow$ 8a

⊖ (отнимаю)

$a_7 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $a_8 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ они очевидно линейно
независимы при $\lambda \neq 0$ соответственно
и они очевидно базис V

принадлежат области
 $(x_1), (x_2), \dots$ очевидно $\in \mathbb{R}^{n \times n}$
Поэтому существуют такие векторы, $\ominus$ (0-вектор)

ВАРИАНТ 2 (3), продолжение

$\vec{x} - \vec{x} = 0 \Rightarrow$ найдем СЛНУ ~~$a_1 + a_2 + a_3 + \dots = 0$~~

(пусть дано что $\vec{x} = b_1 \vec{a}_1 + c_1 \vec{a}_2 + d_1 \vec{a}_3 + \dots$ ~~$\vec{x} = b_2 \vec{a}_1 + c_2 \vec{a}_2 + d_2 \vec{a}_3 + \dots$~~)

$$b_1 \vec{a}_1 + b_2 \vec{a}_1 + c_1 \vec{a}_2 + c_2 \vec{a}_2 + \dots = 0$$

линейная зависимость на V очевидна, так что:

$$(b_1 + b_2) \vec{a}_1 + (c_1 + c_2) \vec{a}_2 + \dots = 0$$

(здесь $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ очевидно
являются линейно независимыми
векторами, так как они образуют базис
в V)

Вывод: ~~$\vec{x} = 0$~~ $\vec{x} = 0$ ~~только в тривиальном случае~~

$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ образуют линейно независимый набор, по условию
возможно определить $\vec{x}$ набор $b_1, c_1, \dots$ единичными
(нормированными)

