



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☐ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки
Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует
Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке :
Время выхода с до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	13	0								
Балл члена жюри №2	13	0								
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 13

Подпись члена жюри №1 Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0





Рассмотрим элементную площадку высотой dz шириной l и радиусом r . Высота h равна z . Радиус r равен $R \cdot \frac{z}{h}$. Площадь $dS = 2\pi r \cdot dz = 2\pi R \cdot \frac{z}{h} \cdot dz$.

$$r(\alpha) = \frac{\alpha R}{2\pi}; \quad r(\alpha) = R \cdot \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{\alpha}{2\pi}; \quad \cos \beta = \frac{z}{R}; \quad \tan \beta = \frac{r}{z} = \frac{\alpha}{2\pi z}$$

Перейдем в цилиндрическую систему координат, ось z направим по высоте конуса, тогда $z = R(\varepsilon) \cos \beta \Rightarrow R(\varepsilon) = \frac{z}{\cos \beta}$. Здесь учитываем, что и z - это радиусус в параметре α , т.е. мы считаем h известным z и β , т.е. $R(\varepsilon) = R(\varepsilon) \cdot \sin \beta = z \tan \beta$. Если $h(\varepsilon) = z$ то $h(\varepsilon) = h(\varepsilon) \cdot \sin \beta$.

Запишем интеграл объема $V = \int dV = \int \int \int r(\varepsilon) d\alpha d\beta dz$. Поверхности вычитаем $V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{h(\alpha)} r(\varepsilon) d\alpha d\beta dz = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{h(\alpha)} z \tan \beta dz d\alpha d\beta = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tan^2 \beta d\alpha d\beta$. Объем в z вычитаем 0 и $h(\alpha)$ и рассматриваем $h(\alpha)$ и β . $V(\alpha) = \pi \cdot \frac{\alpha^2}{4\pi^2} \cdot R^2 \left(1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}\right) = \frac{R^2}{2} \alpha \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}} = V(\alpha)$.

Ищем экстремум $\frac{dV(\alpha)}{d\alpha} = 0$. $\frac{dV}{d\alpha} = \frac{R^2}{2} \left(\alpha \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}} + \alpha \cdot \frac{(-\alpha)}{4\pi^2 \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}}} \right) = \frac{R^2}{2} \left(\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}} - \frac{\alpha^2}{4\pi^2 \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}}} \right) = 0$. $\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}} = \frac{\alpha^2}{4\pi^2 \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}}} \Rightarrow 1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2} = \frac{\alpha^2}{4\pi^2} \Rightarrow \alpha^2 = 2\pi^2 \Rightarrow \alpha = \pm \pi \sqrt{2}$. Так как α не принимает отрицательных значений, то $\alpha = \pi \sqrt{2}$.

Пока угол α , при котором $V = V_{\max}$ равен $\pi\sqrt{2}$
 соответствующим числам α в формуле

$$V(\pi\sqrt{2}) = \frac{R}{2} \cdot \pi\sqrt{2} \sqrt{1 - \frac{2\pi^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2} \cdot \pi\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi R^2}{2}$$

 Ответ: $\alpha = \pi\sqrt{2}$



