

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки
Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует
Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке :
Время выхода с до :

Протокол проверки Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	5								
Балл члена жюри №2	20	5								

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1  Подпись члена жюри №2 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Инвариантная часть

Нужно решить следующую задачу оптимизации:

$$\begin{cases} a \cdot b \cdot c \leq 29160 & (1) \\ 2b + 20c \leq 810 & (2) \\ a \cdot b^2 \cdot c^3 \rightarrow \max \end{cases}$$

(2D)

Эту задачу можно свести к двумерной след. образом:
 (Очевидно, что $a \geq 1$, иначе условие (2) не выполнено?)
 Так же ясно, что одно из условий должно обратиться в равенство, иначе мы можем увеличить какое-то из переменных. Если условие (2) обратиться в равенство, то увеличив a , можно добиться, чтобы в (1) тоже было равенство. Но тогда, если рав-во в (1), то укажила a , увеличив b и c можно добиться, чтобы в (2) было рав-во и выполнение $a \cdot b^2 \cdot c^3$ увеличится. Иными словами, можно рассмотреть

$$\begin{cases} a \cdot b \cdot c = 29160 \\ 2b + 20c = 810 \\ a \cdot b^2 \cdot c^3 \rightarrow \max \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b + 20c = 810 \\ b c^2 \rightarrow \max / 29160 \end{cases}$$

Применим метод Лагранжа.

$$F(b, c, \lambda) = b c^2 + \lambda (2b + 20c) - \text{ф-ция Лагранжа}$$

$$\begin{cases} F'_b(b, c, \lambda) = c^2 + 2\lambda = 0 \\ F'_c(b, c, \lambda) = 2bc + 20\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10c^2 = 2bc \\ 2b + 20c = 810 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5c = b \\ 2b + 20c = 810 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6b = 810 \\ 30c = 810 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 135 \\ c = 27 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{29160}{135 \cdot 27} = \frac{2^3 \cdot 3^6 \cdot 5}{5 \cdot 3^6} = 8$$

Ответ: $a = 8$
 $b = 135$
 $c = 27$

Блок 1:

$$U(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|}{x^2 + n^2}$$

(5)

Покажем по определению дифференцируемости в точке

существование предела

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{U(x+\Delta x) - U(x)}{\Delta x} \right)_{x=0}$$

$$\frac{U(x+\Delta x) - U(x)}{\Delta x} \Big|_{x=0} = \frac{U(\Delta x) - U(0)}{\Delta x} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\Delta x|}{\Delta x^2 + n^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}}{\Delta x} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{|\Delta x|}{\Delta x^2 + n^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \Delta x \in (-\varepsilon, \varepsilon)$$

Т.к. ряд с.х.-ся равномерно (по т. Вейерштрасса

$$\left| \frac{|\Delta x|}{\Delta x^2 + n^2} - \frac{1}{n^2} \right| \leq \left| \frac{\Delta x}{\Delta x^2 + n^2} \right| + \left| \frac{1}{n^2} \right| \leq \frac{2}{n^2}, \text{ а ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2} \text{ с.х.-ся}$$

и равен $\frac{\pi^2}{3}$, то можно поменять сумму и предел местами, т.к. ф-ия $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{|\Delta x|}{\Delta x^2 + n^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ будет непрерывна по той же теореме Вейерштрасса, т.е.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{|\Delta x|}{\Delta x^2 + n^2} - \frac{1}{n^2} \right) \right) = 0$$

Результат, связанный с дифференцируемостью, нет

У вас память и знания о строении к

щно. А частное?

Решения задачи нет

