



# Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки  
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и  
☐ Экономика и управление гуманитарные науки  
Курс ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует  
Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке :  
Время выхода с до :

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 25 | 15 |   |   |   |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 25 | 15 |   |   |   |   |   |   |   |    |

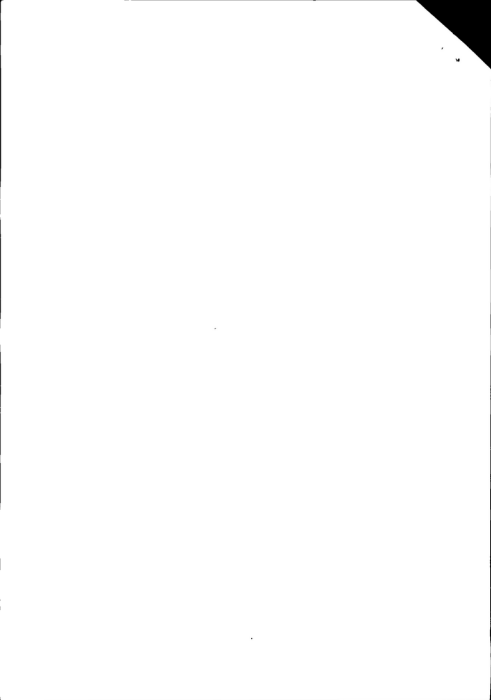
  

| Номер задания      | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Балл члена жюри №1 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Балл члена жюри №2 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1 [Подпись] Подпись члена жюри №2 [Подпись]

Пример заполнения  
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



вариантная часть

$$\begin{cases} abc \leq 29160 \\ 9b + 20c \leq 810 \Rightarrow b \leq 90 - \frac{20c}{9} \\ \max(a^2 b^2 c^2) = ? \end{cases}$$

$$a \cdot b^2 \cdot c^2 = abc \cdot b \cdot c \leq 29160 \cdot b \cdot c \leq 29160 c^2 \left(90 - \frac{20c}{9}\right)$$

$$\text{Найдем максимум ф-ии } f(c) = 29160 c^2 \left(90 - \frac{20c}{9}\right)$$

$$f'(c) = 291600 \left[9c - \frac{2c^2}{3}\right] = 291600 \left[18c - \frac{2}{3} \cdot 3c^2\right]$$

$$= 291600 \left[18c - \frac{2c^2}{3}\right] = 291600 \cdot 2c \left[9 - \frac{c}{3}\right] = 0 \quad \vee$$

$$\begin{cases} c_1 = 0 \Rightarrow \Omega = 4b^2 c^2 = 0; f(c) = 0 \\ c_2 = 27 \Rightarrow b \leq 90 - \frac{20 \cdot 27}{9} = 30 \\ b_{\max} = 30 \quad \vee \end{cases}$$

$$a \leq \frac{29160}{b \cdot c} = \frac{29160}{27 \cdot 30} = \frac{2916}{81} = 36 \Rightarrow a_{\max} = 36 \quad \vee$$

$$f(c) = 29160 \cdot 27^2 \left(90 - \frac{20 \cdot 27}{9}\right) = 29160 \cdot 27^2 \cdot 30$$

Убедимся, что  $f(c_2)$  — максимум, для второй производной:

$$f''(c) = 2 \cdot 291600 \left[9c - \frac{c^2}{3}\right]' = 2 \cdot 291600 \left[9 - \frac{2}{3} \cdot 27\right] < 0, \quad \text{н.м.г.}$$

$$a \cdot b^2 \cdot c^2 = 36 \cdot 30^2 \cdot 27^2 \quad \vee$$

$$\text{Ответ: } a=36; b=30; c=27 \quad (+)$$

25801116



Б/ОК 2

$$\vec{b}_i = \begin{pmatrix} m \\ n \\ p \\ q \end{pmatrix} \in U$$

1) 2-м, что  $\vec{b}_i = \lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 + \lambda_4 \vec{a}_4$

Возьмем  $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} m \\ n \\ p \\ q \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

любой элемент  $\vec{b}_i \in U$  раскладывается по  $\{\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_4\}$ , где  $\lambda_1 = m, \lambda_2 = n, \lambda_3 = p, \lambda_4 = q$

система векторов  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$  л.н.н.

$\Rightarrow \vec{b}_i$  однозначно раскладывается по  $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\}$

2) Возьмем  $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} m \\ n \\ p \\ q \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

любой элемент  $\vec{b}_i \in U$  раскладывается по  $\{\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_4\}$

взяв  $\lambda_1 = n; \lambda_2 = m+n; \lambda_3 = p; \lambda_4 = q$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{система векторов л.н.н.}$$

раскладывается по  $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\}$ , где  $\lambda_1 = n, \lambda_2 = m+n, \lambda_3 = p, \lambda_4 = q$



3) Чтобы  $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} m \\ n \\ p \end{pmatrix}$  однозначно представлялось в виде линейной комбинации  $\{\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_4\}$  необходимо чтобы  $\{\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_4\}$  была линейно-независимой системой. Не доказано (поэтому это не ЛП и не ФРЭО).  
 Возьмем,  $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$   
 Т.к. коэф-ты пропорции неотрицательны, то  
 $n \geq 0$ ,  $p \geq 0$ ,  $q \geq 0$ :  $\begin{pmatrix} m \\ n \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u_2 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u_3 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u_4$   
 $m$  может быть  $-1, 0, +1, +2, \dots$

Любая лн-нз. система  $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3, \vec{b}_4\}$ , удовлетво-  
 ряющая условию, может быть получена из системы  
 векторов  $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\}$ . Однако, из  $\{\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_4\}$  нельзя  
 составить  $\vec{b}_1$  такой, чтобы коэф-ты  $m, n, p, q$  могли  
 быть как положительными, так и отрицательными?  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  ~~таких~~ векторов не существует, т.е. 2

4) Нет, не может.  $\ominus$  (0 8 1 1 0 0)

