



3303436124670

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☐ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки
Курс ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует
Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке :
Время выхода с до :

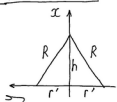
Протокол проверки Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	2	5								
Балл члена жюри №2	2	5								
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1  Подпись члена жюри №2 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



L - периметр основания конуса

$$L = \frac{2\pi R}{2\pi} \cdot (2\pi - \alpha) = (2\pi - \alpha) R$$

r' - радиус основания конуса

$$r' = \frac{L}{2\pi} = \frac{(2\pi - \alpha) R}{2\pi}$$

h - высота конуса

$$h = \sqrt{R^2 - r'^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{(2\pi - \alpha) R}{2\pi}\right)^2} = R \sqrt{\frac{4\pi^2 - (2\pi - \alpha)^2}{4\pi^2}} =$$

$$= \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - \alpha^2}$$

$r(x)$ - зависимость радиуса сечения конуса от высоты x

$$r(x) = -\frac{r'}{h} x + r'$$

$$dV = \pi r^2(x) dx = \pi \left(\frac{r'^2}{h^2} x^2 + r'^2 - \frac{2r'^2}{h} x \right) dx$$

$$V = \int_0^h dV = \pi \left(\frac{r'^2}{h^2} \frac{x^3}{3} + r'^2 x - \frac{r'^2}{h} x^2 \right) \Big|_0^h = \pi \left(\frac{1}{3} r'^2 h + r'^2 h - r'^2 h \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \pi r'^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{(2\pi - \alpha)^2 R^2}{4\pi^2} \right) \frac{R}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi^2 - \alpha^2}{4\pi^2}} = \frac{R^3}{24\pi^2} (2\pi - \alpha)^2 \sqrt{4\pi^2 - \alpha^2}$$

$$V' = 0 \quad -2(2\pi - \alpha) \sqrt{4\pi^2 - \alpha^2} + \frac{(2\pi - \alpha)^3}{\sqrt{4\pi^2 - \alpha^2}} = 0$$

$$\alpha_1 = 2\pi \text{ - не подходит.}$$

$$-2\sqrt{4\pi^2 - \alpha^2} + \frac{(2\pi - \alpha)^3}{\sqrt{4\pi^2 - \alpha^2}} = 0; \quad (2\pi - \alpha)^2 = 2(4\pi^2 - \alpha^2);$$

$$\begin{aligned}
 4\pi^2 + \alpha^2 - 4\pi\alpha &= 8\pi\alpha - 2\alpha^2 \\
 3\alpha^2 - 12\pi\alpha + 4\pi^2 &= 0 \\
 \alpha &= \frac{144\pi^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4\pi^2}{3} = \frac{144\pi^2 - 48\pi^2}{3} = 96\pi^2 \\
 \alpha_{2,3} &= \frac{12\pi \pm \sqrt{96\pi^2}}{6} = \frac{12\pi \pm 4\sqrt{6}\pi}{6} = \frac{6\pi \pm 2\sqrt{6}\pi}{3} \\
 \alpha_2 &= \frac{6\pi + 2\sqrt{6}\pi}{3} > 2\pi, \quad \alpha_2 \text{ - не подходит} \\
 \alpha_3 &= \frac{6\pi - 2\sqrt{6}\pi}{3} = 2\pi - \frac{2}{3}\sqrt{6}\pi > 0 \quad 0 < \alpha_3 < 2\pi \\
 \alpha_3 &\text{ - точка максимума функции } V(\alpha). \\
 \text{Объём воды будет максимальным, если из трубы} \\
 \text{вытекает сектор величиной } \alpha = 2\pi - \frac{2}{3}\sqrt{6}\pi \\
 \text{Ответ: } 2\pi - \frac{2}{3}\sqrt{6}\pi.
 \end{aligned}$$

