



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки
Курс ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует
Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке :
Время выхода с до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	4	5							
Балл члена жюри №2	3	4	5							
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 48

Подпись члена жюри №1 Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

$$\dot{V} \leq 29160 \text{ см}^3$$

$$9b + 20c \leq 810$$

$$\Omega = a \theta^2 c^3$$

Рассмотрим допустимое ограничение.

Положим $\theta = 0$

$$9b + 20c \leq 810, \quad b \leq -\frac{20}{9}c + 90$$

Любая точка на границе треугольника удовлетворяет

данным неравенствам.

Наибольший вклад в объем Ω вносит множитель $\theta^2 c^3$ но и тоже вносит вклад θ в Ω если

Рассмотрим функцию $z = \theta^2 c^3$ — $\Omega(c) = V \cdot \theta \cdot c^2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial \theta \partial c} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial \theta \partial c} & \frac{\partial^2 z}{\partial c^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2c^3 & 6\theta c^2 \\ 6\theta c^2 & 6\theta^2 c \end{vmatrix} = 12\theta^2 c^4 - 36\theta^2 c^4 < 0$$

Функция z не имеет экстремумов это верно уже можно заметить, что ф-ия z возрастает при увеличении θ или увеличении c .

Из этого следует, что максимальное значение ф-ии z в рассуждениях обстоит следующим образом на прямой $\theta = -\frac{20}{9}c + 90$ Да, это верно утверждение про ф-ию z .

$$z = \left(-\frac{20}{9}c + 90\right)^2 c^3 = \left(\frac{400}{81}c^2 - 2 \cdot \frac{20 \cdot 90}{9}c + 8100\right) c^3 =$$

$$= \frac{400}{81}c^5 - 400c^4 + 8100c^3$$

$$z' = \frac{2000}{81}c^4 - 1600c^3 + 24300c^2 = 0 \quad | \quad c \text{ не может быть равно } 0$$

$$\frac{20}{81}c^4 - 16c^3 + 243 = 0, \quad \omega = 256 - 4 \cdot \frac{10}{81} \cdot 243 = 256 - 240 = 16.$$

$C_n = \frac{16 \pm 4}{\frac{40}{81}}$ Применяю метод множителей
 $C_1 = \frac{16-4}{\frac{40}{81}} = \frac{12 \cdot 81}{40} = \frac{3 \cdot 81}{10} = 24,3$ но решение неверное, тк. итерационный метод требует 2-х решений
 $C_2 = \frac{16+4}{\frac{40}{81}} = \frac{20 \cdot 81}{40} = \frac{81}{2}$ и функция 2-го решения. Ответ также неверный
 $C = 24,3$ + 3 балла за запись ответа
 $b = -\frac{20}{9}C + 90 = -\frac{20}{9} \cdot 24,3 + 90 = -54 + 90 = 36$ за запись ответа
 $a = \frac{V}{bc} = \frac{29160}{36 \cdot 24,3} = \frac{1200}{36} = \frac{200}{6} = \frac{291600}{1200} = \frac{243}{486} = \frac{100}{3}$

Ответ: Ω достигает максимума при $a = \frac{100}{3}$; $b = 36$; $C = 24,3$.

Вариантовая часть

Блок 2

$$V = \{(a, b, c, d) \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}\}$$

$$U = \{(a, b, c, d) \mid a, b, c, d \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$$

1) Примеры векторов могут быть:

$$\vec{a}_1 = (1, 0, 0, 0), \vec{a}_2 = (0, 1, 0, 0), \vec{a}_3 = (0, 0, 1, 0), \vec{a}_4 = (0, 0, 0, 1)$$

$$(a, b, c, d) = a\vec{a}_1 + b\vec{a}_2 + c\vec{a}_3 + d\vec{a}_4 \quad \{\vec{a}_i\} - \text{линейно независимые}$$

$$(a, b, c, d) \in U \Rightarrow a, b, c, d - \text{нестроительные целые числа} \quad \oplus$$

2) Пример векторов:

$$\vec{a}_1 = (1, 0, 0, 0); \vec{a}_2 = (0, 1, 0, 0), \vec{a}_3 = (0, 0, -1, 1), \vec{a}_4 = (0, 0, 1, 0)$$

$\vec{a}_3$ имеет отрицательную компоненту.

$$(a, b, c, d) = a\vec{a}_1 + b\vec{a}_2 + c\vec{a}_3 + d\vec{a}_4 \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \neq 0$$

3) ~~Покажем, что векторы не являются базисом.~~ ~~(1, 1, 1, 1)~~ ~~$(-1, -1, -1, -1)$~~

~~В случае, если все компоненты произвольного вектора неотрицательны, то каждый вектор $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_4$ (или их линейная комбинация) содержит по крайней мере одну отрицательную компоненту. Пусть этот вектор равен $\vec{v}$.~~

~~Поскольку векторы со всеми отрицательными компонентами невозможно ввести дополнительные $\vec{a}_i$, тобы, ~~то~~ можно было как-то выразить ~~каждый~~ $\vec{v}$ как $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_4$.~~

~~Докажем от противного.~~

~~Пусть $\vec{v} \in V$ однозначно представим в виде линейной комбинации векторов $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_4$ с неотрицательными коэффициентами.~~

$$\vec{v} = v_1\vec{a}_1 + v_2\vec{a}_2 + \dots + v_4\vec{a}_4$$

~~Возьмем вектор $(-1)\vec{v} = (-v_1, -v_2, -v_3, -v_4)$~~

~~Пусть он тоже определен однозначно~~

$$-\vec{v} = v'_1\vec{a}_1 + v'_2\vec{a}_2 + \dots + v'_4\vec{a}_4$$

~~Если $\vec{v}$ имеет ненулевые компоненты, то набор чисел $\{v_1, \dots, v_4\}$ и $\{v'_1, \dots, v'_4\}$ содержат хотя бы один ненулевой элемент.~~

$$\vec{v} + (-1)\vec{v} = \vec{0} = (0, 0, 0, 0)$$

~~Из этого следует, что нулевой вектор можно представить нулевыми суммами. Получим противоречие. Такие наборы векторов не существуют.~~

~~(30 баллов)~~ ~~$\oplus$~~

