



# Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки  
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и гуманитарные науки  
☐ Экономика и управление ☐ Социальные и гуманитарные науки  
Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует  
Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке :  
Время выхода с до :

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 22 | 60 |   |   |   |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 22 | 60 |   |   |   |   |   |   |   |    |

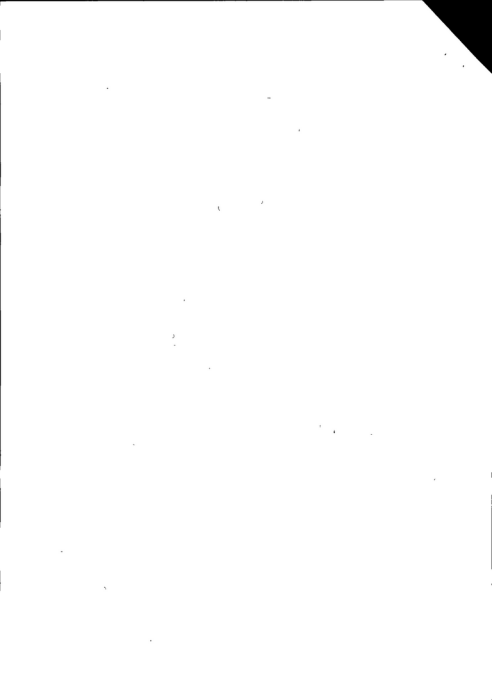
  

| Номер задания      | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Балл члена жюри №1 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Балл члена жюри №2 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

Итоговый балл 82

Подпись члена жюри №1 Васильев Подпись члена жюри №2 Васильев

Пример заполнения  
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1) Дано:

$$\begin{cases} V = 23160 \text{ см}^3 \\ a \cdot b \cdot c \leq V \\ 9b + 20c \leq 810 \\ S_c = a \cdot b \cdot c^2 \end{cases}$$

$$S_c = a \cdot b \cdot c^2 = a \cdot b \cdot c \cdot (b \cdot c^2) \leq V \cdot b \cdot c^2$$

 $b \cdot c^2 - \text{max?}$  $b \cdot c^2 - \text{max} \Rightarrow S_c - \text{max}$ 

найдём

$$S_c = \text{max}\{S_c\}$$

 $a - ?$  $b - ?$  $c - ?$ 

$$c > c_0 \Rightarrow \begin{cases} b \cdot c^2 > b \cdot c_0^2 \\ 9b + 20c > 9b + 20c_0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9b + 20c = 810 \Rightarrow$$

$$b = 90 - \frac{20}{9}c \Rightarrow$$

$$b \cdot c^2 = (90 - \frac{20}{9}c) \cdot c^2$$

Кажется, из  
этой функции  
сложно найти  
максимум.

$$(90 - \frac{20}{9}c) \cdot c^2 - \text{max?}$$

$$\left[ (90 - \frac{20}{9}c) \cdot c^2 \right]' = 0 = -\frac{20}{9}c^2 + (90 - \frac{20}{9}c) \cdot 2c \Leftrightarrow$$

$$2 \cdot 90 - 3 \cdot \frac{20}{9}c = 0 \Leftrightarrow 30 = \frac{10}{3}c \Leftrightarrow c = 27$$

$$c = 0 \Rightarrow S_c = 0 \neq \text{max } S_c \text{ тк } \exists a, b, c: S_c = 1, a \cdot b \cdot c = 1$$

$$a \cdot b \cdot c = 1 \checkmark$$

$$9 + 20 = 29 \leq 810$$

$$c = 27 \Leftrightarrow b = 90 - \frac{20}{9} \cdot 27 = 90 - 20 \cdot 3 = 30 \Rightarrow b = 30$$

$$\begin{cases} a \cdot b \cdot c \leq V = 29160 \\ a \leq 36 \\ b = 30 \\ c = 27 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} 29160 & 30 \\ \hline 27 & 1080 \\ \hline 27 & 40 \\ \hline 27 & 40 \\ \hline 0 & 162 \\ \hline 0 & 162 \\ \hline 0 & 162 \end{array}$$

$$abc = V \Rightarrow a = 36$$

Ответ:  $a = 36, b = 30, c = 27$

Блок 1 (60)

Исследовать на дифференцируемость в точке  $x=0$  функцию

$$v(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|^n}{x^2 + n^2}$$

Определена ли  $v(0)$ ?

$$v(0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{0}{0 + n^2} = 0$$

Почленная производная ряда не определена, т.к.  $|x|$  не определен в  $x=0$

Определена ли производная справа?

$$v'(0+0) = \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{x^2 + n^2} \right)'_{0+0} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{x}{x^2 + n^2} \right)'_{0+0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - x^2}{(x^2 + n^2)^2} \Big|_{0+0}$$

$|x|$  в т.  $x > 0$  равен  $x$

$$\left( \frac{x}{x^2 + n^2} \right)' = \frac{1 \cdot (x^2 + n^2) - x(2x)}{(x^2 + n^2)^2} = \frac{x^2 + n^2 - 2x^2}{(x^2 + n^2)^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - x^2}{(x^2 + n^2)^2} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 0}{(0 + n^2)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^4} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} > 0$$

Для производной слева аналогично:

$$V(0-0) = \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{x^2 + n^2} \right)' = -V(0+0)$$

Почему производная  
с обеих сторон равна  
одному ряду из членов  $\frac{1}{n^2}$ ?

Заметим, что производные справа и слева  
не совпадают, следовательно  $V(x)$  не дифференцируема  
дифференцируема в точке  $x=0$

Ответ:  $V(x)$  не дифф. в точке  $x=0$





