



**ИЗУМРУД.СТУДЕНТ**  
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА



1302294124867

## Титульный лист

Направление  Естественные науки  Инженерные науки  
 Математика и информатика  Социальные и гуманитарные науки  
 Экономика и управление

Вариативный блок  1  2  3  4  5

Курс  1  2  3  4  5  отсутствует

Фамилия К О К Ш А Р О В

Имя Е Г О Р

Отчество А М И Т Р И Е В И Ч

Дата рождения 0 7 0 4 2 0 0 5

Город участия К У Р Г А Н

Аудитория 4 0 1

Телефон 8 9 8 2 8 0 1 6 4 8 5

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**ИЗУМРУД.СТУДЕНТ**  
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА



1302294124867

## Проверочный лист

Заполняется участниками

- Направление  Естественные науки  Инженерные науки  
 Математика и информатика  Социальные и  
 Экономика и управление гуманитарные науки
- Вариативный блок  1  2  3  4  5

Курс  1  2  3  4  5  отсутствует

Город участия К У Р Г А Н

Заполняется организаторами

Количество доп. листов  Количество черновиков к проверке:

Время выхода с  до:

## Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Балл члена жюри №1 2 8

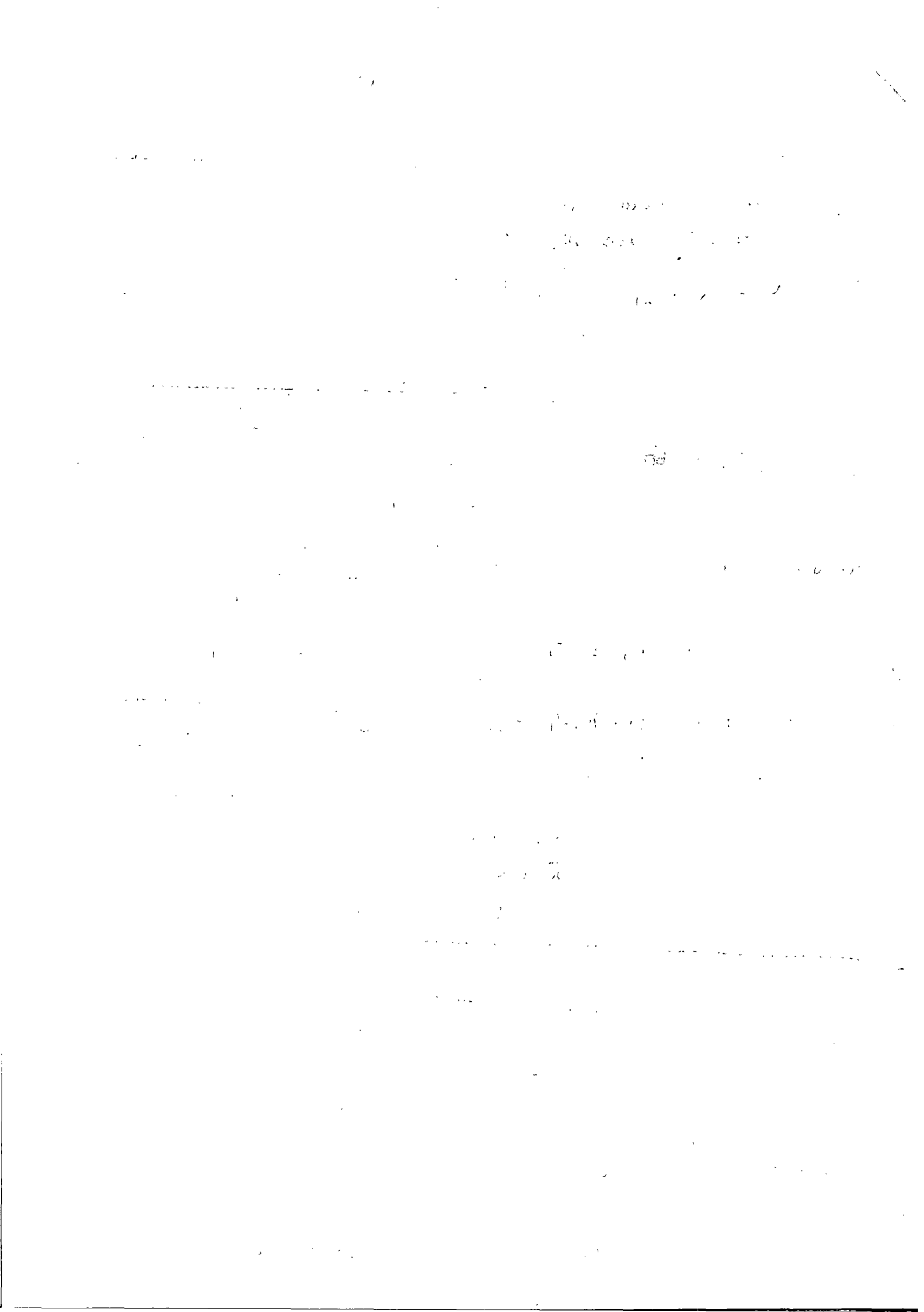
Балл члена жюри №2 0

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения  
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Щ Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

Инвариантная часть

Изначально:

$M_1 = 4 \text{ кг}$     $M_2 = 3 \text{ кг}$

1 минута: Маса съела  $x$  от  $M_1$  так чтобы  $M'_1 = M_2$     $M'_1 = 3 \text{ кг}$   
 $x = 1 \text{ кг}$ ; Маса откусила  $1 \text{ кг}$  от первого куска съела

Укус:    $M_1 = 3 \text{ кг} - b_1$     $M_2 = 3 \text{ кг}$

$\frac{1}{2}$  минуты: Маса съевшая куски:  $M_1 = 3 \text{ кг} - b_1$     $M_2 = 3 \text{ кг} - b_1$

Укус:    $M_1 = 3 \text{ кг} - b_1$  ;  $M_2 = 3 \text{ кг} - b_1 - b_2$  съела Маса за 30 секунд с учетом мгновенного укуса.

$\frac{1}{4}$  минуты:  $M_1 = 3 \text{ кг} - b_1 - b_2$  ;  $M_2 = 3 \text{ кг} - b_1 - b_2$

Укус:    $M_1 = 3 - b_1 - b_2 - b_3$  ;  $M_2 = 3 - b_1 - b_2$

$\frac{1}{8}$  минуты:  $M_1 = 3 - b_1 - b_2 - b_3$  ;  $M_2 = 3 - b_1 - b_2 - b_3$

Укус:    $M_1 = 3 - b_1 - b_2 - b_3$     $M_2 = 3 - b_1 - b_2 - b_3 - b_4$

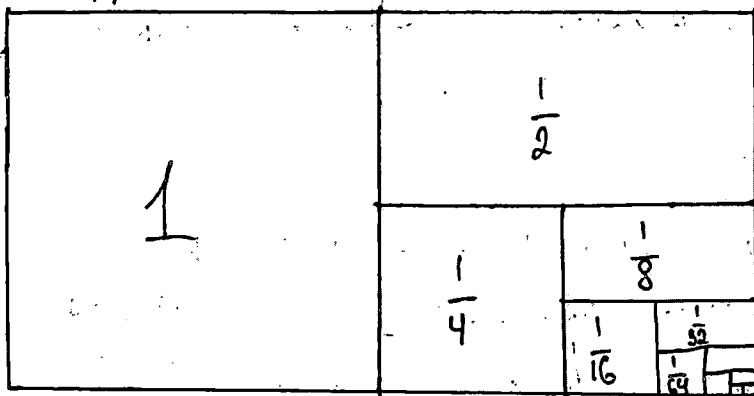
$\frac{1}{16}$  + Укус:  $M_1 = 3 - b_1 - b_2 - b_3 - b_4 - b_5$     $M_2 = 3 - b_1 - b_2 - b_3 - b_4$

$\frac{1}{32}$  + Укус:  $M_1 = 3 - b_1 - b_2 - b_3 - b_4 - b_5$     $M_2 = 3 - b_1 - b_2 - b_3 - b_4 - b_5 - b_6$

Время	Съед	Сравн
1 мин	$1 \text{ кг} + b_1$	$M_1 < M_2$
$\frac{1}{2}$	$b_1 + b_2$	$M_2 > M_1$
$\frac{1}{4}$	$b_2 + b_3$	$M_1 < M_2$
$\frac{1}{8}$	$b_3 + b_4$	$M_1 > M_2$
$\frac{1}{16}$	$b_4 + b_5$	$M_1 < M_2$
$\frac{1}{32}$	$b_5 + b_6$	$M_1 > M_2$
...	...	...

1) Время:  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$

Красивое



Намертили 2 квадрата со сторонами 1 см  
значит площадь каждого равна  $1 \cdot 1 = 1 \text{ см}^2$   
площадь двух квадратов  $2 \text{ см}^2$

Рисунок 1

Представим, что когда лиса дает сыр и ест его <sup>каждое</sup> какое-то время, то она закрашивает прямоугольник площадь которого равна количеству потраченного на съедение сыра минут.

Поев 1 минуту она закрасит квадрат со сторонами 1 см  
поев  $\frac{1}{2}$  минуты она закрасит прямоугольник со сторонами 1 и 0,5  
и т.д.  $S = \frac{1}{2} = 0,5 \cdot 1$

Изначально площадь незакрашенной поверхности  $2 \text{ см}^2$

1) Первый раз лиса закрашивает  $1 \text{ см}^2$  (половину от  $2 \text{ см}^2$ ) остается  $1 \text{ см}^2$

2) Второй раз лиса закрашивает  $\frac{1}{2} \text{ см}^2$  (половину от  $1 \text{ см}^2$ )

и т.д. 3) Третий раз закрашивает  $\frac{1}{4} \text{ см}^2$  (половину от  $\frac{1}{2}$ )

✦

Лиса никогда не сможет закрасить фигуру полностью, т.к.

Она всегда закрашивает только половину от незакрашенной поверхности

Например, через 100 таких делений лиса закрасит площадь равную:  $2 - 2^{(1-m)}$ , где  $m$  - количество

проверим: На 4 деление площадь =  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$  делений ~~на~~ сыр

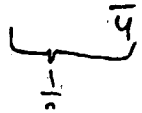
это видно из Рис. 1

$$2 - 2^{(1-m)} = 2 - 2^{(1-4)} = 2 - 2^{-3} = 2 - \frac{1}{8}$$

~~2 - \frac{1}{8} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}~~

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  - верно, значит на сотое деление  $S = 2 - \frac{1}{2^{99}}$



✓

Бланк ответов

Если  $S$  шизога не достигнет  $2 \text{ см}^2$ , а бюджет только стремиться к нулю, то и время, которое лиса тратит на поедание сыра шизога не достигнет 2 минут ✓

1) Ответ: Ч.Т.Д.

+8

2)  $G_n = 1 + b_1 + b_1 + b_2 + b_2 + b_3 + b_3 + b_4 + b_4 + b_5 + \dots + b_n + b_{n+1}$

$1 + 2b_1 + 2b_2 + 2b_3 + 2b_4 + 2b_5 + \dots + 2b_n$

$b_n = \frac{2}{n(n+2)}$   $b_1 = \frac{2}{1(1+3)} = \frac{2}{3}$  ;  $b_2 = \frac{2}{2(2+2)} = \frac{2}{8}$  ;  $b_3 = \frac{2}{3(3+2)} = \frac{2}{15}$

$b_4 = \frac{2}{4 \cdot 6} = \frac{2}{24}$

За 2 минуты лисе осталось сыра:  $1 + 2 \cdot \frac{2}{1 \cdot 3} + 2 \cdot \frac{2}{2 \cdot 4} + 2 \cdot \frac{2}{3 \cdot 5} + 2 \cdot \frac{2}{4 \cdot 6} + \dots$

$1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} + \frac{4}{15} + \frac{1}{6} + \frac{4}{35} + \frac{1}{12} + \frac{4}{63} + \frac{1}{20} + \frac{4}{99} + \frac{1}{30} + \dots$

$1 + \sum \frac{4}{n(n+2)}$ , где  $n$  — натуральное  $n \rightarrow \infty$  ✓  $\swarrow$  10 делений

Например, через 10 съеданий (делений)

Лиса съест:  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{20} + \frac{4}{3} + \frac{4}{15} + \frac{4}{35} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{4}{63} + \frac{4}{99}$  +10

$\underbrace{\quad}_{1,5}$     $\underbrace{\quad}_{905}$     $\underbrace{\quad}_{\frac{34}{120}}$     $\underbrace{\quad}_{\frac{3}{12}}$     $\underbrace{\quad}_{\frac{64}{693}}$

Идея верна

Сумма ряда не конечна

Лиса съест за 10 съеданий:  $1,55 + \frac{34}{120} + \frac{1}{4} + \frac{64}{693} = 1,8 + \frac{34}{120} + \frac{64}{693}$  ?

$\parallel$   $\approx 0,09$   
 $0,28333..$

$1,8 + 0,28 + 0,09 = 2,17$

ТАК КАК  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n(n+2)} = 0$  это значит что все каждого следующего съедания всё меньше и меньше в общей массе съеденного лисой сыра.

Поэтому можно утверждать, что сыр медвежатам  
достанется несмотря на то, что лиса будет его бесконечно  
дешить и съедать

Скорее всего, медвежатам достанется  
по 2 кг сыра. но 1,5 или достанется

3) Нет, так как лиса будет бесконечно долго дешить  
сыр и эти 2 минуты никогда не закончатся,  
но если в какой-то момент лиса закончит  
оставившись то будет меньше у того медвежонка  
у которого лиса ела сыр в последний раз  
сыра будет меньше ровно на величину  
последнего укуса  $b_n$

Чтобы  $1$  осталось больше  
при  $b_2, b_4, b_6, b_8$  и т.д. медвежонку достанется  
больше сыра

Значит лиса должна остановиться на укусе  
 $b_n$ , где  $n$  - четное  $+10$

Верный ход решения, хорошие идеи.  
Но суммарный рядов не найден

$$+8+10+10 = \underline{28 \text{ баллов}}$$

**Бланк ответов**

Решение второго задания не представлено - 0 баллов



