



ИЗУМРУД.СТУДЕНТ  
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА



3101222098023

## Титульный лист

Направление ☐ Естественные науки ☒ Инженерные науки  
☐ Математика и информатика ☐ Социальные и  
☐ Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия С К Р И П О В

Имя Л Е О Н И Д

Отчество В Л А Д И М И Р О В И Ч

Дата рождения 2 0 0 6 2 0 0 3

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Ф 2 0 1

Телефон 8 9 5 0 2 0 8 3 4 5 3

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101222098023

## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☒ Инженерные науки  
☐ Математика и информатика ☐ Социальные и  
☐ Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке :  
Время выхода с до :

## Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	-								
Балл члена жюри №2	50	-								

Итоговый балл 50

Подпись  
члена жюри №1

Филатова

Подпись  
члена жюри №2

Филатов

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Инвариантная часть.

$$M = 7 \text{ кг}, M_1 = 4 \text{ кг}, M_2 = 3 \text{ кг}.$$

- 1) Обозначим количество времени, затраченное мисой на съедение сыра как  $S$  (по условию  $S = 2$  мин). Нам известно, что на первое откусывание миса потратила  $S_1 = 1$  мин, а на каждое последующее - в два раза меньше ( $S_2 = \frac{1}{2}$ ,  $S_3 = \frac{1}{4}$  и т.д.). Обозначим общее количество откусываний за  $n$  и распишем:

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}, \text{ где } n - \text{натуральное число}$$

Рассмотрим предел:

~~xxx~~ 
$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1 + \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots) =$$

$$= 1 + \frac{1}{2} S \Rightarrow S = 1 + \frac{1}{2} S \Rightarrow S = 2 \text{ (мин.)} \quad + 8$$

По условию задачи миса потратила на откусывание как раз 2 минуты и, как мы показали, для такого значения предела потребуется, чтобы миса сделала количество откусываний, стремящееся к бесконечности.

- 2) Рассмотрим, как уменьшалась масса кусков:

$$M_1: 4 - (1 + b_1) - (b_2 + b_3) - (b_4 + b_5) - (b_6 + b_7) - \dots = 3 - (b_1 + b_2 + b_3 + \dots)$$

$$M_2: 3 - (b_1 + b_2) - (b_3 + b_4) - (b_5 + b_6) - \dots = 3 - (b_1 + b_2 + b_3 + \dots) \quad \checkmark$$

Заметим, что  $M_{1n} = M_{2n} = M_n$  - масса оставшегося куска из медвежат сыра. ✓

Запишем общее уменьшение массы сыра:

$$m = 1 + (v_1 + v_2 + v_3 + \dots) + (v_1 + v_2 + v_3 + \dots) = 1 + 2(v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n)$$

Из условия: ✓

$$v_n = \frac{2}{n(n+2)} \quad \text{Перепишем в виде: } v_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$$

Тогда:

$$v_1 + v_2 + v_3 + \dots = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \dots = 1 + \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

Следовательно:  $m = 1 + 2(1 + \frac{1}{2}) = 4$  кг. Миса за две минуты съела 4 кг сыра

3). Как было замечено ранее, каждый медвежонок получил одинаковое количество сыра:

$$M_n = 3 - (v_1 + v_2 + v_3 + \dots) = 3 - (1 + \frac{1}{2}) = 1,5 \text{ кг}$$

Каждому медвежонку досталось 1,5 кг сыра.

4) При условии, что медвежата обязательно получают хоть сколько-нибудь сыра, невозможно подобрать  $v_n$  таким образом, чтобы первому досталось больше, т.к. количество оставшегося сыра ~~не~~ определяется выражением  $M_n = 3 - (v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n)$ , где не имеет значения способ расчёта  $v_n$ .

50 баллов

## Бланк ответов



## Бланк ответов



