



ИЗУМРУД.СТУДЕНТ
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА



3101222101923

Титульный лист

Направление Естественные науки Инженерные науки
 Математика и информатика Социальные и
 Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок 1 2 3 4 5

Курс 1 2 3 4 5 отсутствует

Фамилия Ч Е Р Н Ы Ш О В

Имя С Е М Е Н

Отчество А Н Д Р Е Е В И Ч

Дата рождения 1 8 0 3 2 0 0 2

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Ф Т 4 0 1

Телефон 8 9 2 2 1 7 8 4 8 3 9

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



ИЗУМРУД.СТУДЕНТ
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление Естественные науки Инженерные науки
 Математика и информатика Социальные и гуманитарные науки
 Экономика и управление
 Вариативный блок 1 2 3 4 5

Курс 1 2 3 4 5 отсутствует
 Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке : _____
 Время выхода с _____ до : _____

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	40	48								
Балл члена жюри №2	40	48								

Итоговый балл 88

Подпись члена жюри №1

Кузнецова

Подпись члена жюри №2

Кузнецова

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

Изменяющаяся часть

$$M = 7 \text{ кг}$$

$$M_1 = 4 \text{ кг}$$

$$M_2 = 3 \text{ кг}$$

$$t_1 = 1 \text{ мин}$$

$$t_n = \frac{t_1}{2^{n-1}}$$

$$M_1(0) \xrightarrow{t_1}$$

$$M_1(1) = M_1(0) - 1 \rightarrow$$

$$M_2(1) = M_2(0)$$

$$M_1'(1) = M_1(0) - 1 - b_1 \xrightarrow{t_2}$$

$$M_2'(1) = M_2(0)$$

$$\xrightarrow{t_2} M_1(2) = M_1(0) - 1 - b_1$$

$$\rightarrow M_2(2) = M_2(0) - b_1$$

$$M_1(0) - 1 - b_1 = M_1'(2) \xrightarrow{t_3}$$

$$M_2(0) - b_1 - b_2 = M_2'(2)$$

$$M_1(3) = M_1(0) - 1 - b_1 - b_2 \rightarrow$$

$$M_2(3) = M_2(0) - b_1 - b_2$$

$$\rightarrow M_1'(3) = M_1(0) - 1 - b_1 - b_2 - b_3 \xrightarrow{t_4} \dots \xrightarrow{t_n}$$

$$M_2'(3) = M_2(0) - b_1 - b_2$$

$M_1(n)$ - масса 1-го груза после t_n

$M_2(n)$ - масса 2-го груза после t_n

$M_1'(n)$ - масса 1-го груза после $t_n + \text{мгновения}$

$M_2'(n)$ - масса 2-го груза после $t_n + \text{мгновения}$

$$M_1(n) = M_1 - b_1 - \dots - b_{n-1}$$

$$M_2(n) = M_2 - b_1 - \dots - b_{n-1}$$

$$b_0 = 0$$

$$M_1'(n) = \begin{cases} M_1(n) & , n = 2m \\ M_1(n+1) & , n = 2m+1 \end{cases}$$

$$M_2'(n) = \begin{cases} M_2(n+1) & , n = 2m \\ M_2(n) & , n = 2m+1 \end{cases}$$

$$M_1(n) = M_2(n)$$

$$t_1 + t_2 + \dots + t_n + \dots = 2 \text{ мин.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} t_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{t_1}{2^{n-1}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow$$

t_n - сек. много ∞

Р-Тб масса сек. много раз откупили от концов груза.

Р-во (8.0.0) у второго груза N откупок

~~$N = 2m$, тогда t_{2m} и $M_2(t_{2m}) = M_2 - b_1 - \dots - b_{2m-1}$
 $M_1(t_{2m}) = M_1 - 1 - b_1 - \dots - b_{2m-1}$~~

~~t_m $M_2(t_m) = M_2 - b_1 - \dots - b_{m-1}$ $M_1'(t_m) = M_2 - b_1 - \dots - b$
 $M_1(t_m) = M_1 - 1 - b_1 - \dots - b_{m-1}$~~

Тогда ~~на 100% масса~~ после 100% масса у первого груза масса может только уменьшиться

т.к. всего останется лишь грузы, но в конце их масса должна быть равна



Бланк ответов

S - сколько кр свела линия

$$S = 1 + b_1 + b_1 + b_2 + b_2 + \dots + b_n + b_n + \dots = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} b_k \quad \checkmark$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$$

$$S_{n2} = \sum_{k=1}^n \frac{2}{(k+2)k} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{-1}{k+2} + \frac{1}{k} \right) = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$$

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{3}{2} \quad \checkmark + 20$$

Итого $S = 1 + 2 \cdot \frac{3}{2} = 4$ кр $\checkmark + 12$

у 1-го человека осталось $4 - 1 - b_1 - \dots - b_n - \dots = 4 - 1 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

у 2-го : $3 - b_1 - b_2 - \dots - b_n - \dots = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

у b_n $S = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} b_k$

у 1-го человека $4 - 1 - b_1 - \dots - b_n = 3 - \sum_{k=1}^{\infty} b_k$

у 2-го : $3 - \sum_{k=1}^{\infty} b_k$

\Downarrow

у b_n у обоих ~~ч~~ человек ~~остаток~~ ~~остатки~~ по-равну.

нет ответа на последний вопрос ~~задачи~~

$$+ 8 + 20 + 12 = 40 \text{ баллов}$$



Бланк ответов

Вариантная часть

Блок 1

$$F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{1-x^2} f(x^{2n}t) dt, \quad f(u) = \begin{cases} \frac{\sin u}{u}, & u \neq 0 \\ k, & u = 0 \end{cases}$$

$x=0$ $F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(0) dt = k$

$x \in (0, 1]$ $f_n(t) = \frac{\sin(x^{2n}t)}{x^{2n}t}$, n -м, $u \neq 0$ $f_n(t)$ - равн. ок. $u \in E$ ✓

$f_n(t)$ - равн. ок. $u \in E \Leftrightarrow \sup_{t \in E} |f_n(t) - f(t)| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$, $f(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(t) = 1$

$$\frac{\sin(x^{2n}t)}{x^{2n}t} = \frac{x^{2n}t - \frac{(x^{2n}t)^3}{3!} + \dots}{x^{2n}t} = 1 - \frac{(x^{2n}t)^2}{x^{2n}t \cdot 3!} + \frac{(x^{2n}t)^4}{x^{2n}t \cdot 5!} - \dots$$

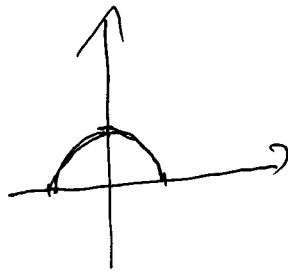
$$\sup_{t \in E} |f_n - f| = \sup_{t \in E} \left| -\frac{(x^{2n}t)^2}{3!t} + \frac{(x^{2n}t)^4}{5!} - \dots \right| \leq \sup_{t \in E} \left(\frac{(x^{2n}t)^2}{3!} + \frac{(x^{2n}t)^4}{5!} + \dots \right)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x^{2n})^{2k}}{(2k+1)!} \leq C \cdot x^m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0 \quad \left| \frac{x^{4n}}{3!} + \frac{x^{8n}}{5!} + \dots \right| \leq \frac{x^2}{3!} + \frac{x^2}{5!} + \dots$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(x^{2m})^{n+1}}{(x^{2m})^n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{(x^{2m})}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Тогда $F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{1-x^2} \frac{\sin(x^{2n}t)}{x^{2n}t} dt = \int_0^{1-x^2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(x^{2n}t)}{x^{2n}t} dt = 1-x^2$ ✓

$$F(x) = \begin{cases} k, & x=0 \\ 1-x^2, & x \neq 0 \end{cases}$$



$k=1 \Rightarrow F(x)$ - непрерывна на $[-1, 1]$ почему? - 2 балла

$$50 - 2 = 48 \text{ баллов}$$

