ИЗУМРУД.СТУДЕНТ
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА

3101718233551

Титульный лист

Направление
- [ ] Естественные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Экономика и управление
- [ ] Инженерные науки
- [ ] Социальные и гуманитарные науки

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Фамилия СОБОЛЕВ

Имя НИКИТА

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 29 07 2005

Город участия КАМЕНСК-УРАЛЬСКИЙ

Аудитория 216

Телефон 89221179093

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД.СТУДЕНТ
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА

3101718233551

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия КАМЕНСК-УРАЛЬСКИЙ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 00 Количество черновиков к проверке : 00

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	48	38								
Балл члена жюри №2	48	38								

Итоговый балл 86

Подпись члена жюри №1 Филатова

Подпись члена жюри №2 Филатова

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

ИНВАРИАНТНАЯ ЧАСТЬ ? $\frac{1}{2^n}$ минус 2 балла

1) Рассмотрим процесс: после ещё $\frac{1}{n}$ минут ($n \in \mathbb{N}$) Лиса уравняла куски, затем мгновенно от того же куска откусила b_n. Значит в следующие $\frac{1}{n+1}$ минут $\frac{1}{2^{n+1}}$ ей нужно откусить b_n для уравнения, затем она откусит b_{n+1} и т.д.

Докажем по индукции, что после очередной итерации в $\frac{1}{n}$ минут ~~куски будут~~ Лисе нужно будет снова откусить от куска

База: $n=1$

после 1 минуты куски отличаются на b_1.

Предположение:

после итерации в $\frac{1}{n}$ минут куски отличаются на b_n

Шаг:

Лиса откусила от большего b_n, затем от него же b_{n+1}; всё это в течение $\frac{1}{n+1}$ минут. Значит куски снова отличаются на b_{n+1}.

2) Сначала Лиса съела 1кг ($4-3=1$), затем от каждого поочерёдно b_n. Значит ответ $= 1+2\cdot\sum_{n=1}^{\infty} b_n$; $\frac{2}{n(n+2)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$;

$$1+2\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 1+2\cdot\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n} - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+2}\right) = 1+2\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n} - \sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n}\right) = 1+2\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}\right) = 4$$

Ответ: 4 ✓ +20 +12

3) первому: $4-1-\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 4-1-\frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$ +10

второму: $3-\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 1{,}5$

4) НЕТ. Из док-ва 1) пункта следует, что после n-ой итерации куски отличаются на b_n; ~~при $\lim_{n\to\infty} b_n \neq 0$ куски сыра...~~ ~~уравниваются... при $\lim_{n\to\infty} b_n \neq 0$~~ если $\lim_{n\to\infty} b_n \neq 0$, то $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ расходится, а значит ни у кого не остаётся сыра.

48 баллов.

ВАРИАТИВНАЯ ЧАСТЬ

Блок 1

$$F(x)=\lim_{n\to+\infty}\int_0^{1-x^2} f(x^{2n}\cdot t)\,dt \qquad f(u)=\begin{cases}\frac{\sin u}{u}, & u\neq 0\\ k, & u=0\end{cases}$$

$$F(0)=\lim_{n\to+\infty}\int_0^1 f(0)\,dt=\int_0^1 k\,dt=\Big|_0^1 kt=k \quad V \quad +4\text{б}$$

$$\underset{x\neq 0}{F(x)}=\lim_{n\to+\infty}\int_0^{1-x^2}\frac{\sin(x^{2n}\cdot t)}{x^{2n}\cdot t}\,dt=\int_0^{1-x^2}1\cdot dt=\Big|_0^{1-x^2} t=1-x^2 \quad +24-$$

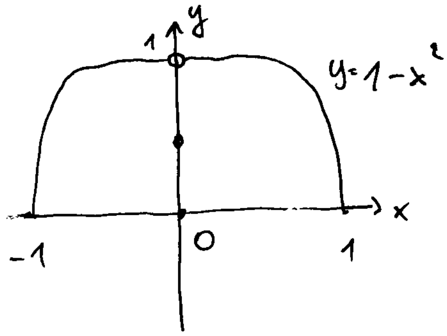
не обосновал пред переход $-12=12$

при $x\in(-1;1)$ $\quad x^{2n}\xrightarrow[n\to+\infty]{}0$

$$x=-1 \Rightarrow F(-1)=\lim_{n\to+\infty}\int_0^0 f(x^{2n}\cdot t)\,dt=0$$

функция чётная $\Rightarrow F(-1)=F(1)=0$

$$F(1)=\lim_{n\to+\infty}\int_0^0 f(x^{2n}\cdot t)\,dt=0 \quad +4$$



$$\lim_{x\to 0}F(x)=\lim_{x\to 0}(1-x^2)=1 \Rightarrow \text{при } k=1 \text{ непрерывна} \quad V$$

50-12=38 балов