



3101927159287

Титульный лист

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и гуманитарные науки
☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия Д Р Я Г И Н

Имя М А К С И М

Отчество А Н Д Р Е Е В И Ч

Дата рождения 2 1 1 1 2 0 0 3

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Д 3

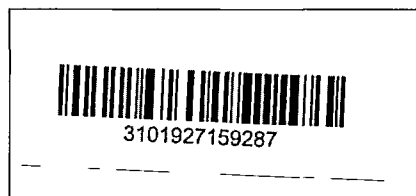
Телефон 8 9 1 2 6 6 4 0 3 5 8

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и гуманитарные науки
☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует
Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
Время выхода с 12 49 до 12 55

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	45	10								
Балл члена жюри №2	45	10								

Итоговый балл 55

Подпись
члена жюри №1

Венанс

Подпись
члена жюри №2

Шмаг

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Инвариантная часть

Дано

$$(1) N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$(2) N(1250 \text{ мин. л.}) = \frac{N_0}{2}$$

$$\frac{N(t)}{N_A(t)} = 70$$

$$N_A(t) = N_0 - N(t)$$

$$(3) \frac{N(t)}{N_A(t)} = 70, N_A(t) - \text{кол-во атомов аргона-40 в момент времени } t$$

$$(4) \frac{N_0 - N(t)}{N_A(t) - N_A(0)} = 70, N_0 - N(t) - \text{распалось атомов камня-40}$$

Решение

$$N_A(0) = 0, \text{ т.к. изначально не было распавшихся атомов камня-40 (при } t=0)$$

$$(2) N(1250 \text{ мин. л.}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda 1250} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda 1250} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{\frac{1}{2} 1250 \lambda} \Leftrightarrow e^{1250 \lambda} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{1250}, \text{ при } t \text{ в мин. лет}$$

$$(3) \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{N_A(t)} = 70 \Rightarrow N_A(t) = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{70}$$

$$(4) \frac{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}}{\frac{N_0 e^{-\lambda t}}{70} - 0} = 70 \Rightarrow \frac{N_0}{\frac{N_0 e^{-\lambda t}}{70}} - \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{\frac{N_0 e^{-\lambda t}}{70}} = 70 \Rightarrow \frac{70}{e^{-\lambda t}} - 70 = 70 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 70 e^{\lambda t} = 140 \Rightarrow e^{\lambda t} = 2 \Rightarrow \lambda t = \ln 2 \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln 2$$

$$t = \frac{2500}{\ln 2} \ln 2 \text{ мин. лет } \checkmark$$

$$\text{Ответ: примерный возраст образца} = \frac{2500}{\ln 2} \ln 2 \text{ мин. лет}$$

Вариативная часть

Задание 2 Математика

(10)

$$\begin{aligned}
 S(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\underbrace{2n-1+|x|}_{\text{нечетные}}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\underbrace{2n+|x|}_{\text{четные}}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n-1+|x|} - \frac{1}{2n+|x|} \right) = \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+|x| - 2n-1-|x|}{(2n-1+|x|)(2n+|x|)} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 2n|x| - 2n - |x|^2} = \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + x^2 + 4n|x| - 2n - |x|} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Дифференцируемость в 0

$$\lim_{x \rightarrow -0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + x^2 + 4n|x| - 2n - |x|} = \lim_{x \rightarrow -0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + x^2 - 6n + x}$$

$$x \rightarrow -0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + x^2 + 4n|x| - 2n - |x|} = \lim_{x \rightarrow +0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + x^2 + 2n - x}$$

$$x \rightarrow +0 \Rightarrow |x| = x$$

Таким образом S для дифференцируемости в 0 $\lim_{x \rightarrow -0} S(x) = \lim_{x \rightarrow +0} S(x)$ должны быть равны

сравним $\lim_{x \rightarrow -0} S(x)$ и $\lim_{x \rightarrow +0} S(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + x^2 - 6n + x} \quad \text{и} \quad \lim_{x \rightarrow +0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + x^2 + 2n - x}$$

для их равенства должно выполняться $-6n + x = 2n - x \Rightarrow x = 4n, n \in \mathbb{N}$

но $x \rightarrow 0 \Rightarrow x$ не может даже приближаться к $4n$, ведь $n \geq 1 \Rightarrow \min_{n \in \mathbb{N}} \{4n\} = 4$, а $x \rightarrow 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -0} S(x) \neq \lim_{x \rightarrow +0} S(x) \Rightarrow S$ не дифференцируема в 0

не доказано

Определим $\operatorname{sgn} S(x)$

$$S(x) \stackrel{(*)}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + x^2 + 4n|x| - 2n - |x|}, \text{ рассмотрим знаменатель}$$

$$\begin{matrix} 4n^2 & + & x^2 & + & 4n|x| & - & 2n & - & |x| \\ >0 & >0 & >0 & >0 \end{matrix}, n \in \mathbb{N}$$

$$4n^2 > 2n \Rightarrow 4n^2 - 2n > 0$$

$$4n|x| > |x|, \text{ т.к. } n \in \mathbb{N} \Rightarrow 4n|x| - |x| > 0$$

$$\Rightarrow 4n^2 + x^2 + 4n|x| - 2n - |x| > 0 \Rightarrow S(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sgn} S(x) = 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Область определения $S(x)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} S(x) = 0, \text{ но не достигает его, т.к. } S(x) > 0$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{1}{4n^2 + x^2 + 4n|x| - 2n - |x|} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0, \text{ т.к. } \begin{matrix} x^2 \gg 4n - 2n \\ x^2 \gg -|x| \end{matrix}$$

$$4n^2 > 0$$

при $x \rightarrow -\infty$ $S(x)$ тоже > 0 , т.к. x в квадрате $4n|x| > 0$
и имеет самый высокий порядок

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} S(x) \rightarrow 0$$

Не доказано, что

$$S(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0$$

т.к. $S(x) > 0$ и x в знаменателе, то $\max\{S(x) | x \in \mathbb{R}\}$
 $\forall x \in \mathbb{R}$ и всегда увеличивает его при $x = 0$

$$S(0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 2n} = \max\{S(x) | x \in \mathbb{R}\}$$

Положи x равно нулю

т.е. при росте $|x|$,

$S(x)$ уменьшается

$$\Rightarrow S(x) \in \left(0, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 2n}\right] \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

т.к. $4n|x| > |x| \quad \forall x \in \mathbb{R}$,
и $x^2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$|S(0)| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 2n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \dots > \frac{1}{2}$$

— линия отреза —

Бланк ответов

