

Титульный лист

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и гуманитарные науки
☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☒ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия РОГОЗНИКОВ

Имя НИКИТА

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 06 03 2001

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория ДЗ

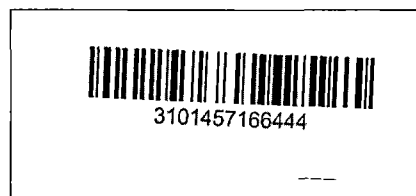
Телефон +79506300040

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок ☒ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия **ЕКАТЕРИНБУРГ**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	40	0								
Балл члена жюри №2	40	0								

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Исчислительная часть

Дано

$$K_{40} \rightarrow Ar_{40}$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$P_{1/2} = 1250 \cdot 10^6 \text{ лет}$$

$$\frac{N_K}{N_{Ar}} = 70$$

$$\tau = ?$$

из $100 K_{40}$ при распаде образуется

$10 Ar_{40}$, то есть $N_K = 100$, $N_{Ar} = 10$

$N_K \rightarrow N_{Ar}$ то есть коэффициент распада $\approx 0,1$

$$N_K(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \text{ если } t = P_{1/2}, \text{ то}$$

$$N_K(t) = N_0 e^{-\lambda P_{1/2}} = \frac{1}{2} N_0 \Leftrightarrow e^{-\lambda P_{1/2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\lambda P_{1/2} = \ln \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\lambda = \frac{\ln \frac{1}{2}}{P_{1/2}}; \checkmark$$

$$\text{если } t = \tau, \text{ то } N_K(\tau) = N_0 e^{-\lambda \tau} \text{ и}$$

$$N_{Ar}(\tau) = (N_0 - N_0 e^{-\lambda \tau}) \cdot 0,1 \text{ и } \frac{N_K}{N_{Ar}} = 70, \text{ тогда}$$

$$\Rightarrow \frac{N_K(\tau)}{N_{Ar}(\tau)} = \frac{N_0 e^{-\lambda \tau}}{(N_0 - N_0 e^{-\lambda \tau}) \cdot 0,1} = 70 \Leftrightarrow \frac{10 e^{-\lambda \tau}}{1 - e^{-\lambda \tau}} = 70$$

$$\text{умножаем на } 1 - e^{-\lambda \tau} \neq 0 \Leftrightarrow \tau \neq 0 \Leftrightarrow 10 e^{-\lambda \tau} = 70 - 70 e^{-\lambda \tau}$$

$$\Leftrightarrow 80 e^{-\lambda \tau} = 70 \Leftrightarrow -\lambda \tau = \ln \frac{7}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{\ln \frac{7}{8}}{-\lambda} \left[\text{подставляем } -\lambda = \frac{\ln \frac{1}{2}}{P_{1/2}} \right] \tau = \frac{\ln \frac{7}{8}}{\ln \frac{1}{2}} P_{1/2} \checkmark$$

$$\tau = \left(\frac{5}{9} \right) 250 \cdot 10^6 = 694,4 \cdot 10^6 \text{ лет}$$

Ответ: возраст образа $\tau = 694,4$ млн лет.

Вероятивная часть

Блок 1 математики

Дано

матрица A рази 2025×2025 все $a_{ij} = 0, 1, -1$,

в каждой строке ровно два $a_{ij} = 1$, $a_{ij} = -1$ может

быть равен $\det A$

Решение:

~~Разложение по строке k и по столбцу j~~
~~Разложение по строке k~~

Разложение $\det |M_{ij}|$ по строке k

$$\det |M_{ij}| = \sum_{i \neq k} \sigma_i M_{ki} |M_{ij}| + \sum_{i \neq k} \sigma_i M_{ki} |M_{ij}| + \dots + \sum_{i \neq k} \sigma_i M_{ki} |M_{ij}|$$

σ_j — коэффициент определителя

Переходим к заданной матрице по строке

$$\det A = \underbrace{n_1}_{2024 \times 2024} |A_1| \pm \underbrace{n_2}_{2024 \times 2024} |A_2| \pm \dots \pm \underbrace{n_{2025}}_{2024 \times 2024} |A_{2025}|, \text{ где } n_i =$$

$= 1, -1, 0$ т.к. σ_j имеет только на знак, то его учитывать не будем

Будет 1 строка имеет только 2 не нулевых ~~коэффициента~~ $n_{i_1} \neq 0$ и $n_{i_2} \neq 0$, тогда элементы

$$\det A = n_{i_1} |A_{i_1}| + n_{i_2} |A_{i_2}|, \text{ где } n_{i_1}, n_{i_2} = 1 \text{ или } -1,$$

а $|A_{i_1}|$ и $|A_{i_2}|$ — $\det A$ без строки i и столбцов i_1 или

i_2 то есть ~~матрица~~ 2024×2024 ,

Далее

$$\det A = n_{i_1} \left(m_{j_1} \underbrace{|A|}_{\substack{2023 \times \\ 2023}} + m_{j_2} \underbrace{|A'|}_{\substack{2023 \\ 2023}} \right) + n_{i_2} \left(m_{j_1} \underbrace{|A|}_{\substack{2023 \times \\ 2023}} + m_{j_2} \underbrace{|A|}_{\substack{2023 \times \\ 2023}} \right),$$

где $n_{i_1, 2}$ и $m_{j_1, 2} = 1$ или -1 , то есть ~~матрица~~

разложим $\det(2024 \times 2024)$ по следующей

строке ~~с~~ с ненулевыми коэффициентами

m_{j_1} и m_{j_2} и т.д.

Продолжим выражение таким образом

придем к тому, что $\det A = P$, где P — поли-

ном ~~составляющей~~ $m_{j_2} \underbrace{|A_{2 \times 2}|}_{\substack{\text{матрица} \\ 2 \times 2}}$, которые связа-

ны будут с коэффициентами 1 или -1

возможные величины ~~и~~ $|A_{2 \times 2}|$:

$$1 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$3 \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

не нулевые $|A_{2 \times 2}|$

$$1 \begin{vmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{vmatrix} = \pm 1$$

$$2 \begin{vmatrix} \pm 1 & \pm 1 \\ 0 & \pm 1 \end{vmatrix} = \pm 1$$

$$3. \begin{vmatrix} \pm 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & \pm 1 \end{vmatrix} = 0, \pm 2$$

$$4 \begin{vmatrix} \pm 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 0 \end{vmatrix} = \pm 1$$

$$5 \begin{vmatrix} 0 & \pm 1 \\ \pm 1 & \pm 1 \end{vmatrix} = \pm 1$$

P содержит $\sum$ ^{сумму} из 2^{2025} $|A_{2 \times 2}|$, с коэф ± 1 ,

~~Таким образом $P_{\min} = 2^{2025} \cdot 2 = -2^{2026}$~~
 То есть все $|A_{2 \times 2}| = \pm 2$, а все коэф -1

Таким образом $P_{\min} = \underbrace{-2 - 2 - 2 - \dots - 2}_{2^{2025}}$

$= -2 \cdot 2^{2025} = -2^{2026}$; то есть все $|A_{2 \times 2}| = \pm 2$, а все коэффициенты —

есть ненулевыми собственными значениями, чтобы
~~каждый~~ $\sum$ член полинома был равен -2

$$D_{\max} P_{\max} = \underbrace{2+2+\dots+2}_{2^{2025}} = 2 \cdot 2^{2025} = 2^{2026}$$

то есть все $|A_{2 \times 2}| = \pm 2$, а все коэффициенты ± 1 составлены таким образом, чтобы каждый член полинома давал в сумме ± 2 .
Все остальные возможные комбинации значений $|A_{2 \times 2}|$ и коэффициентов ± 1 перед ними будут давать что-то входящее в отрезок $[P_{\min}; P_{\max}]$, таким образом $\det A \in [P_{\min}; P_{\max}]$, или же $\det A \in [-2^{2026}; 2^{2026}]$. Необходимо заметить, что $\det A = P$ -полином состоящий только из чисел $\in \mathbb{Z}$, и комбинации этих чисел в сумме могут дать любое целое число из ~~отрезка~~ интервала $[-2^{2026}; 2^{2026}]$.

Ответ: $\det A =$ любое число $\in \mathbb{Z}$ и входящее в интервал $[-2^{2026}; 2^{2026}]$

