

Титульный лист

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и гуманитарные науки
☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия Ч Е Р Н Ы Ш О В

Имя С Е М Е Н

Отчество А Н Д Р Е Е В И Ч

Дата рождения 1 8 0 3 2 0 0 2

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 4 3

Телефон 8 9 2 2 1 7 8 4 8 3 9

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

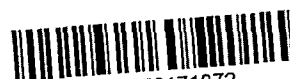
Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



ИЗУМРУД СТУДЕНТ
И Д У А Л Ь С О Ч Д У Н Е Р И Т Е А



3101953171872

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки
Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует
Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп листов Количество черновиков к проверке
Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	40								
Балл члена жюри №2	50	40								

Итоговый балл 90

Подпись
члена жюри №1

Виктор

Подпись
члена жюри №2

Людмила

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИНВАРИАНТНАЯ ЧАСТЬ

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$N(t)$ - кол-во атомов калия-40 в момент t

$$T_{1/2} = 1250 \text{ млн лет} - \text{период}$$

$A(t)$ - кол-во атомов аргон-40 в момент t

полураспада

$N_0 - N(t)$ - кол-во образовавшихся атомов калия-40

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

$$A(t) = \frac{N_0 - N(t)}{100} \cdot 10$$

$$N(1250) = N_0 e^{-\lambda \cdot 1250} = \frac{N_0}{2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{1250}$$

T - возраст образца

$$N(T) = 40 \quad A(T) = 40 \quad \frac{N_0 - N(T)}{100} \cdot 10$$

$$N(T) = 4 N_0 - 4 N(T) \Rightarrow N(T) = \frac{4}{3} N_0$$

$$N(T) = N_0 e^{-\lambda T} = \frac{4}{3} N_0 \Rightarrow T = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{3}{4} = \frac{1250}{\ln 2} \ln \frac{3}{4} \text{ млн лет}$$

Ответ $\frac{1250}{\ln 2} \ln \frac{3}{4} \text{ млн лет}$ ✓

ВАРИАНТНАЯ ЧАСТЬ (БЛОК 2)

408

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|}$$

1) $D(S) = ?$ 2) $\text{sgn } S = ?$ 3) S - выпр в 0?

1) $\forall x \in \mathbb{R} \quad S(x)$ - ^{функция} ряда Лейбница, т.е.

$$1) \forall n \geq 1 \quad S_n(x) \cdot S_{n+1}(x) < 0$$

$$2) S_n(x) \searrow 0 \text{ (монотонно убывает к 0)}$$

$$S_n(x) \approx \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow D(S) = \mathbb{R}$$

3) S - выпр в 0?

$$S(x) \text{ - выпр в } x=0 \Leftrightarrow \exists S'_-(0) = S'_+(0) \text{ при } 0 \text{ непрерывна}$$

$$S'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{S(x) - S(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} S_n(x) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|} - \frac{(-1)^{n-1}}{n} \right)}{x}$$

$$\text{или что } \exists \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n-x} \right)' \text{ в } x=0$$

1) ряд рас в $x=0$

2) надо у-ть, что ряд из произведений равномер рас в 0/0)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-x)^2} \text{ — функция, что ряд равен сс или } (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$1) \left| \frac{(-1)^{n-1}}{(n-x)^2} \right| \leq \frac{1}{(n-x)^2} \leq \frac{1}{(n-\frac{1}{2})^2} \quad \forall n \geq 2, \quad \forall x \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \quad \left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty}} \right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-x)^2} \text{ — ряд сс или } (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

пр Вейерштрасс

Таким образом, $\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n-x} \right)' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-x)^2}$ (и правильно считаем сумму почленно)

возвращаясь назад, имеем, $\int_{-1/2}^{1/2} f(x) dx = \lim_{x \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-x)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-x)^2} \right) \quad (=)$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$$

Аналогично, можно показать что

$$S_+^*(0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$$

Таким образом, $S_-(0) = S_+^*(0) \Rightarrow \underline{S(x) \text{ — д.р. в } 0}$

2) $\text{sgn } S(x) = ?$

Заметим что $\forall N \quad \sum_{n=1}^{2N} S_n(x) = \underbrace{1 - \frac{1}{2}}_0 + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}_0 + \dots + \underbrace{S_{2N-1} - S_{2N}}_0 \geq 0$

$\forall x \in \mathbb{R}$

Тогда $S(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{2N} S_n(x) \geq 0$

Нужно было доказать, что $\forall x \in \mathbb{R} \quad S(x) > 0$, т.е. $\text{sgn } S(x) = 1$

— линия отреза —

Бланк ответов

