

Титульный лист

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и гуманитарные науки
☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия К О С Т А Р Е В

Имя И В А Н

Отчество В Л А Д И М И Р О В И Ч

Дата рождения 2 4 0 6 2 0 0 3

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Д 3

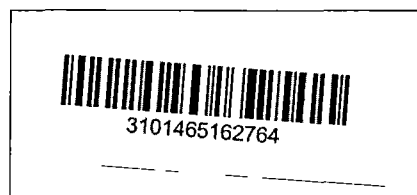
Телефон + 7 9 0 2 2 7 4 2 6 3 3

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	45	5								
Балл члена жюри №2	45	5								

Итоговый балл 50

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Инвариантная часть

По прошествии периода полураспада камня-40, т.е. N изначальных атомов остается $\frac{N_0}{2}$, а именно

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot 1250} \Rightarrow 2 = e^{\lambda \cdot 1250} \Rightarrow \lambda \cdot 1250 = \ln 2 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{1250}$$

Кол-во атомов аргона-40, образовавшихся за время t из N_0 атомов камня-40, равно

$$N_A(t) = (N_0 - N_K(t)) \alpha = \alpha N_0 (1 - e^{-\lambda t}), \text{ где } N_K(t) = N_0 e^{-\lambda t} \text{ — кол-во атомов камня-40 через } t, \\ \alpha = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ — кол-во атомов аргона-40, сфр в среднем из одного атома камня-40}$$

Отношение кол-ва атомов камня-40 к кол-ву атомов аргона-40 через t

$$R(t) = \frac{N_K(t)}{N_A(t)} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{\alpha N_0 (1 - e^{-\lambda t})} = \frac{e^{-\lambda t}}{\alpha (1 - e^{-\lambda t})}$$

По ур-ю $R(t_0) = \frac{70}{1} = 70$, и сред. количество возрастет сфр за t_0 лет от t_0 до $t_0 + \Delta t$ в ур-е, а решим его от t_0

$$\frac{e^{-\lambda t}}{0,1 (1 - e^{-\lambda t})} = 70 \Rightarrow e^{-\lambda t} = 7 - 7e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{7}{8} \Rightarrow -\lambda t = \ln \frac{7}{8} \Rightarrow \lambda t = -\ln \frac{7}{8} \Rightarrow \\ \Rightarrow \lambda t = \ln \frac{8}{7} \Rightarrow t_0 = 1250 \frac{\ln \frac{8}{7}}{\ln 2} \checkmark$$

Для вычисления придела t_0 , ил. мн. интерполяцию $y = \ln x$ на отр $[1, e] \approx [1, 2,7]$, заменив ее на ф-ю $y = \frac{x-1}{1,7}$. Тогда $\ln \frac{8}{7} \approx \frac{\frac{8}{7}-1}{1,7} \approx \frac{1,1-1}{1,7} = \frac{0,1}{1,7}$, $\ln 2 \approx \frac{2-1}{1,7} = \frac{1}{1,7}$. Тогда

$$t_0 \approx 1250 \frac{0,1}{1,7} \left(\frac{1}{1,7} \right)^{-1} = 1250 \frac{1}{1,7} = 125 \text{ млн лет}$$

Ответ $t_0 \approx 125$ млн лет

Точнее 1,7?

Вариативная часть (Блок 2)

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+|x|}$$

Можно предст $S(x)$ как сумму 2х рядов $S_0(x)$ и $S_1(x)$, где

$$S(x) = \sum_{n \in \text{четн}} \frac{(-1)^{n+1}}{n+|x|} = - \sum_{n \in \text{четн}} \frac{1}{n+|x|}, \quad S_1(x) = \sum_{n \in \text{нечетн}} \frac{1}{n+|x|}, \quad S(x) = S_0(x) + S_1(x)$$

Заметим, что члены рядов $S_0(x)$ и $S_1(x)$ можно объединить в пары (сгруппировать) след образом

$$\frac{1}{k+|x|} - \frac{1}{k+1+|x|} \stackrel{(\text{сгруппировать})}{=} a_k - a_{k+1} \text{ Примем } a_k - a_{k+1} > 0 \quad \forall k \in \{1, \infty\}, \text{ тк } k+|x| < k+1+|x| \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Таким образом, $S(x)$ явл суммой членов вида $(a_k - a_{k+1})$, каждый из которых положителен $\forall x \in \mathbb{R}$

Сл-но, $S(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, тк $\text{sgn } S(x) = 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

почему ряд сходится?

↪

Рассм $S(n)$, где члены $(a_k - a_{k+1})$ имеют вид $\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$

Найдем отношение 2-х соседних членов ряда $S(n)$ с членом, сгруппированным в $(a_k - a_{k+1})$

Предел этого отношения равен $\frac{\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)}{\left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+3}\right)} = \frac{k}{k+1} + \frac{5}{k+1} + \frac{6}{k^2+k} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 1$

Бланк ответов

Линия отреза

Бланк ответов

