



ИЗУМРУД СТУДЕНТ
И ПЛАДА РАЛ Г Ф Д А И С Т



3101358171491

Титульный лист

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и гуманитарные науки
☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☒ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия А Л Е К С А Н Д Р О В

Имя Г Л Е Б

Отчество О Л Е Г О В И Ч

Дата рождения 2 0 0 3 2 0 0 3

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 4 3

Телефон 8 9 8 2 6 3 4 1 7 8 6

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101358171491

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок ☒ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	1								
Балл члена жюри №2	50	1								

Итоговый балл

50

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Инвариативная часть

Дано $T = 1250$ млн лет - период полураспада

$\alpha = \frac{10}{100}$ - эффективность образования атомов Ar при распаде атомов K (отношение образовавшихся к распавшимся)

$\frac{N_{\text{аргона}}}{N_{\text{калия}}} = \beta = \frac{70}{1}$ - отношение числа атомов K к атомам Ar в образце

Найти τ - возраст образца

Решение известно, что постоянная распада λ связана с периодом полураспада соотношением $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

Пусть N_0 - количество атомов Калия в момент времени $t=0$ (с этого момента мы измеряем возраст образца) считаем, что в начальный момент времени $t=0$ нет атомов Аргона. Количество атомов Калия к данному моменту времени $t=\tau$ оставшееся

$$N_K = N_0 \exp(-\ln 2 \frac{\tau}{T})$$

Количество образовавшихся атомов Аргона равно количеству распавшихся атомов Калия с поправкой на "эффективность α "

$$N_{Ar} = \alpha N_0 (1 - \exp(-\ln 2 \frac{\tau}{T}))$$

По условию задачи

$$\frac{N_K}{N_{Ar}} = \beta = \frac{N_0 \exp(-\ln 2 \frac{\tau}{T})}{\alpha N_0 (1 - \exp(-\ln 2 \frac{\tau}{T}))}$$

$$\alpha \beta - \alpha \beta \exp(-\ln 2 \frac{\tau}{T}) = \exp(-\ln 2 \frac{\tau}{T}) \quad | \quad \alpha \beta \exp(-\ln 2 \frac{\tau}{T})$$

$$\exp(+\ln 2 \frac{\tau}{T}) - 1 = \frac{1}{\alpha \beta} \quad \text{отсюда}$$

$$\tau = \frac{T}{\ln 2} \ln \left(1 + \frac{1}{\alpha \beta} \right) = \frac{1250}{\ln 2} \ln \left(1 + \frac{1}{0,170} \right) \approx 240 \text{ млн лет}$$

Ответ примерно 240 млн лет

506

Вариативная часть Блок 1

Определитель матрицы A может быть равен нулю при наличии хотя бы одного столбца со всеми нулями (по свойству определителя)

Рассмотрим следующую матрицу

Бланк ответов

рис.1

1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	1

Матрица 2025×2025 . Некоторые элементы
опущены вместо них стоят троеточия
Поскольку матрица квадратная ~~и симметричная~~
~~и диагональная~~, существует диагональ главная
Расположим на главной диагонали единицы

или минус единицы ~~или единицы~~

Первый столбец также заполним ненулевыми значениями
Для первой строки диагональный элемент и элемент первого
столбца совпадают, поэтому расположим второй ненулевой
элемент на позиции (12), как показано на рисунке

По свойству определителя, его значение не зависит от способа
вычисления (раскрытия) определителя. Поэтому для данной матрицы
рассмотрим только один способ раскрытия

Будем раскрывать по столбцам. Возьмем последний
столбец. В нем один ненулевой элемент. Вычеркиваем
строку и столбец на пересечении которых находится этот
элемент и получаем матрицу аналогичную изначальной,
но размером 2024×2024 . Снова возьмем последний столбец
и проделаем все те же шаги

В конце мы получим матрицу $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ из верхнего
левого угла изначальной матрицы, где все элементы ненулевые

Из ее определителя можно получить $\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2$ или

$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2$. Далее, по правилу раскрытия определителя

эта двойка будет менять знак и умножаться на ± 1

Мы можем так выбрать знаки единиц на главной диагонали,
что весь определитель матрицы $A_{2025 \times 2025}$ будет равен $+2$ или -2

Рассмотрим еще одну матрицу, с похожей структурой,
но отличающуюся верхним левым углом (см. рис. 2)



Бланк ответов

$$\begin{array}{r|l} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Раскрывая последовательно через крайний правый столбец (как в предыдущем варианте) в конце будем иметь определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

поменяв знаки у единиц нужным образом, получим

$$-4, \text{ если } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

и +4, если

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Далее, аналогично первому случаю, весь определитель матрицы равен ± 4

Ответ $0, \pm 2, \pm 4$

~~Других~~ Других вариантов нет, так сделать угол

5x5 уже не имеет смысла так останется один столбец с одним ненулевым элементом и задача сведется к углу 4x4. Угол 3x3 не имеет новых чисел при любом своем виде. Менять структуру матрицы тоже не имеет смысла так раскрытие по строке будет происходить не по крайнему столбцу, а по другому столбцу с одним ненулевым элементом, и алгоритм раскрытия не поменяется. А такой столбец в любом случае будет при только двух ненулевых элементах в каждой строке

$$\frac{1}{2}$$

