



3101607169067

Титульный лист

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и гуманитарные науки
☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия М И Х А И Л О В А

Имя Е К А Т Е Р И Н А

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В Н А

Дата рождения 2 4 1 2 2 0 2 2

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Д 3

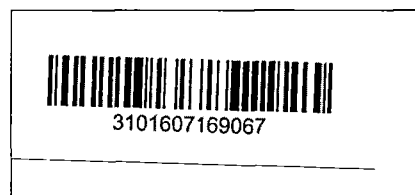
Телефон 8 9 5 3 0 4 4 4 6 5 5

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ Естественные науки ☐ Инженерные науки
☒ Математика и информатика ☐ Социальные и
☐ Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 2 Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	45								
Балл члена жюри №2	50	45								

Итоговый балл 95

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Инвариантная часть

$$t_{1/2} = 1250 \text{ млн лет}$$

$$K \rightarrow Ar$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \rightarrow \ln \frac{1}{2} = -\lambda t_{1/2} \quad (1)$$

λ - условная единица, шт атомов

$$100xK \rightarrow 10xAr$$

$$10xK \rightarrow xAr$$

$$\text{Было } 10x + 70x K$$

$$\text{Стало: } 70x K$$

$$70xK \rightarrow \frac{xAr}{10xK}$$

$$70x = 80x e^{-\lambda t}$$

$$\frac{7}{8} = e^{-\lambda t} \rightarrow \ln \frac{7}{8} = -\lambda t \quad (2)$$

$$(2) - (1): \quad \frac{\ln \frac{7}{8}}{\ln \frac{1}{2}} = \frac{t}{t_{1/2}} \rightarrow t = t_{1/2} \frac{\ln \frac{7}{8}}{\ln \frac{1}{2}} \quad 500$$

$$t = 1250 \frac{\ln \frac{7}{8}}{\ln \frac{1}{2}} \text{ млн лет}$$

$$t < 1250 \cdot 0,5 = 625 \text{ млн лет}$$

оценим логарифм

$$\frac{\ln \frac{7}{8}}{-\ln 2} = \frac{\ln 7 - \ln 8}{-\ln 2} = -\frac{\ln 7}{\ln 2} + \frac{3\ln 2}{\ln 2} = 3 - \frac{\ln 7}{\ln 2}$$

$$\frac{\ln 7}{\ln 2} = \log_2 7, \quad 2 < \log_2 7 < 3$$

$$-2 > -\log_2 7 > -3$$

$$\begin{aligned} 1 &> 3 - \log_2 7 > 0 \\ \log_2 2^{1,5} &< \log_2 7 < \log_2 8 \\ -2,5 &> -\log_2 7 > -3 \\ 0,5 &> 3 - \log_2 7 > 0 \end{aligned}$$

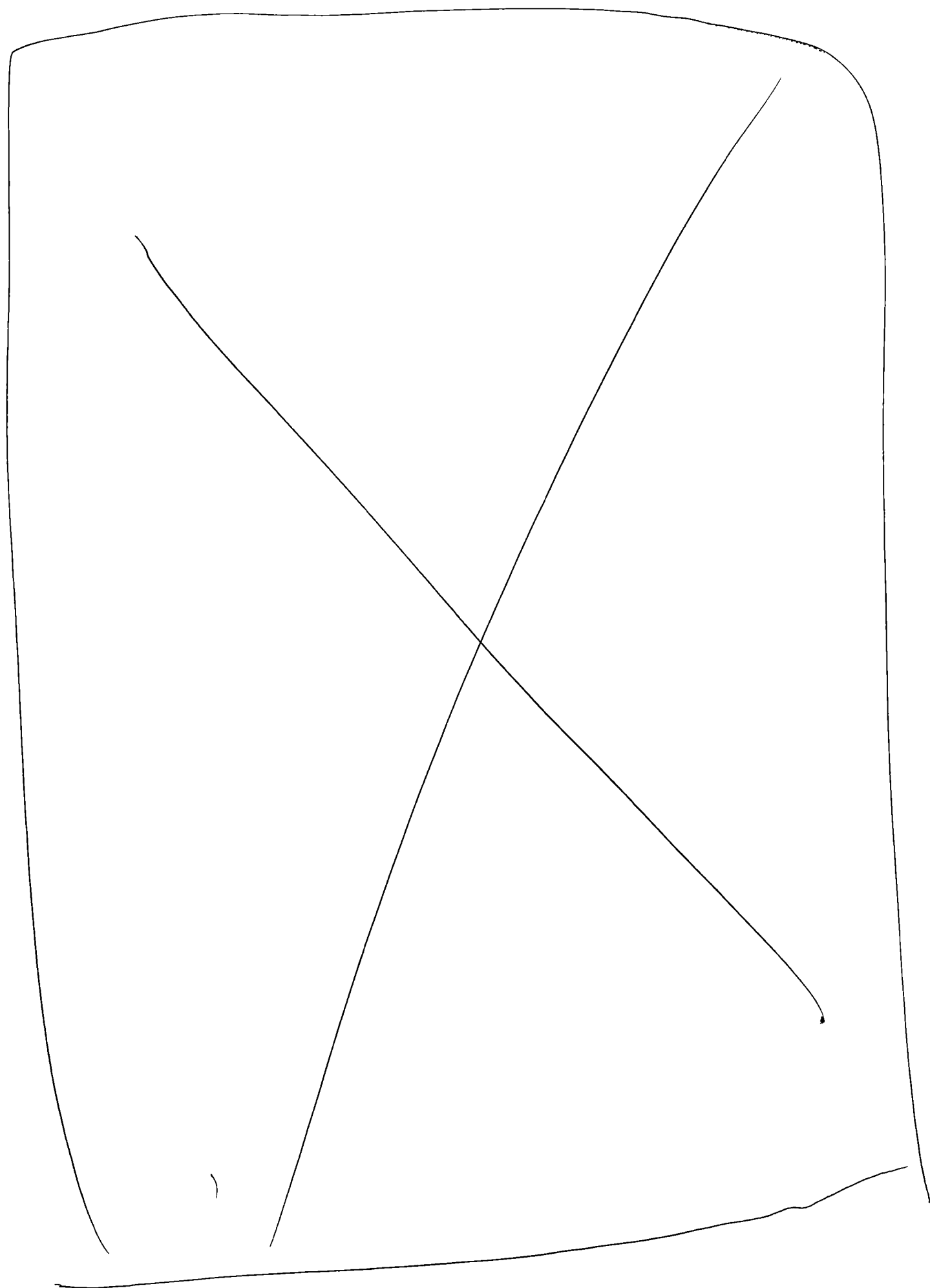
$$2^{1,5} \approx 5,6$$

$$5,6 < 7 < 8$$

$$\log_2 7$$

$$\begin{aligned} \ln \frac{a}{b} &= \ln a - \ln b \\ \ln a \cdot b &= \ln a + \ln b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{\frac{1}{2}} &\approx 1,4 \\ 2^{\frac{3}{2}} &= 2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = \\ 2^{\frac{5}{2}} &= 4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \times 1,4 \\ &\approx 1,4 \times 1,4 \times 5,6 \\ &= 5,6 \times 1,4 \\ &= 7,96 \end{aligned}$$



БЛОК 2

Бланк ответов

45

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|}$$

$S(x)$ — четная ф-я

$$n=1 \quad \frac{(-1)^{1-1}}{1+|x|} = \frac{1}{1+|x|}$$

$$n=2 \quad \frac{(-1)^{2-1}}{2+|x|} = \frac{-1}{2+|x|}$$

$$n=3 \quad \frac{(-1)^{3-1}}{3+|x|} = \frac{1}{3+|x|}$$

$$n=4 \quad \frac{(-1)^{4-1}}{4+|x|} = \frac{-1}{4+|x|}$$

Область определения

$$n+|x| \neq 0 \rightarrow |x| \neq -n$$

$$\text{т.к. } n \in \mathbb{N} \quad -n < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ Обл. опр. $x \in \mathbb{R}$? ~~Вс. не вычисляем, когда ряд сходится~~

Докажем, что $\forall k \quad \sum_{n=1}^k \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|} \geq 0$

Б.и. $\underline{n=1} \quad \frac{1}{1+|x|} > 0 \quad (|x| \geq 0)$

$$n=2 \quad \frac{1}{1+|x|} - \frac{1}{2+|x|} = \frac{2+|x| - 1-|x|}{(1+|x|)(2+|x|)} = \frac{1}{(1+|x|)(2+|x|)} > 0$$

П.и. пусть $\sum_{n=1}^k \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|} > 0$

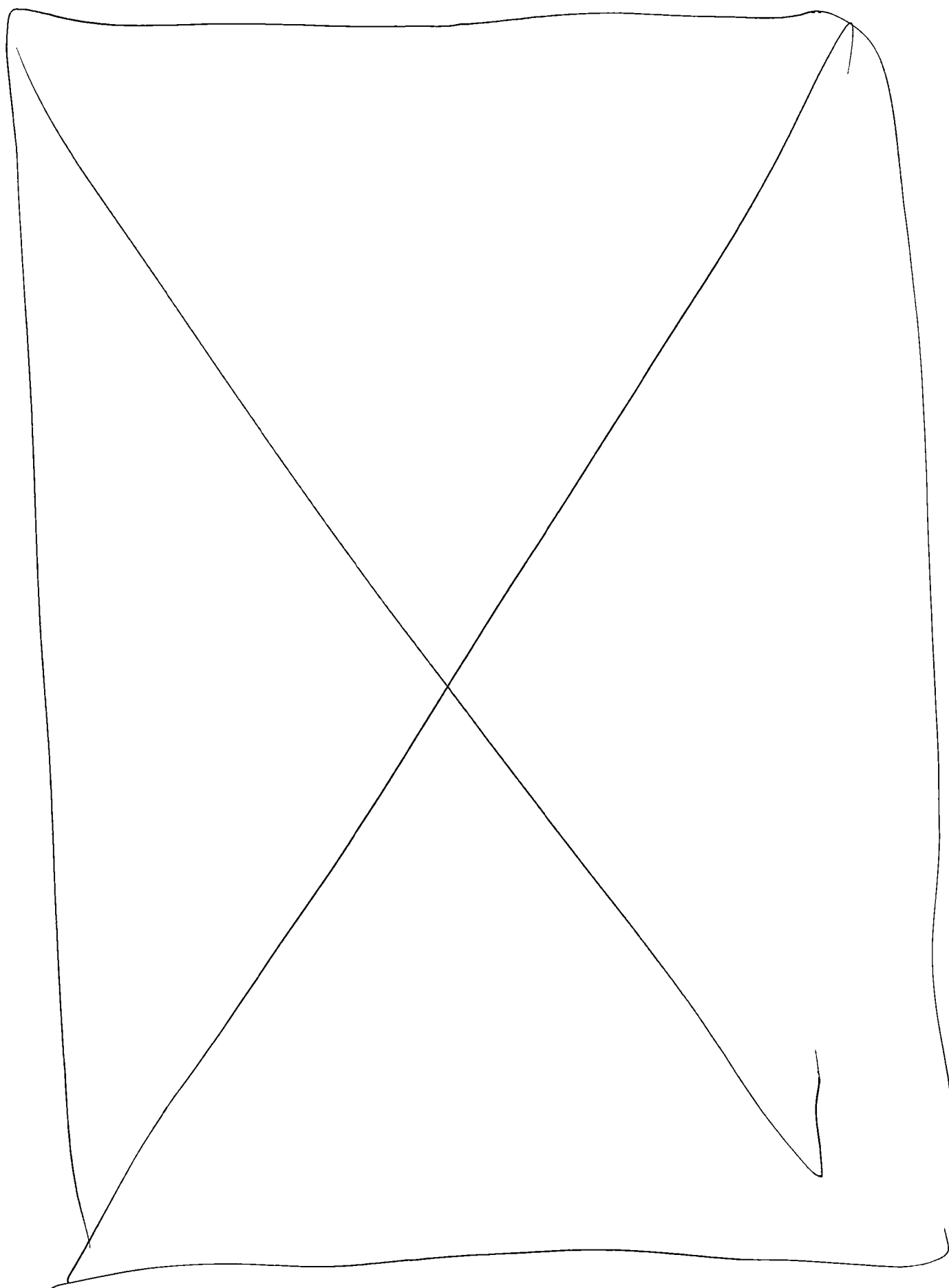
И.и. г-м, что для $k+1 \quad \sum_{n=1}^{k+1} \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|} > 0$

1 сл $(k+1)$ — нечет
 k — чет

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{k+1} \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|} = \sum_{n=1}^k \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|} + \frac{1}{k+1+|x|} > 0 \Rightarrow \\ & \sum_{n=1}^{k+1} \frac{(-1)^{n-1}}{n+|x|} > 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{1+|x|} + \frac{1}{3+|x|} = \frac{3+|x| + 1+|x|}{(1+|x|)(3+|x|)} = \frac{4+|x|}{(1+|x|)(3+|x|)} > 0$$

$$\frac{1}{1+|x|} - \frac{1}{4+|x|} = \frac{4+|x| - 1-|x|}{(1+|x|)(4+|x|)} = \frac{3}{(1+|x|)(4+|x|)} > 0$$



Бланк ответов

2 сл $(k+1)$ — чет
 k — нечет

$$(-1)^{k+1-1} = (-1)^k = -1$$

$$n \geq k+1 \quad \frac{-1}{k+1+|x|}$$

$$\left(\frac{1}{1+|x|} - \frac{1}{2+|x|} \right) + \left(\frac{1}{3+|x|} - \frac{1}{4+|x|} \right) - \dots + \left(\frac{1}{k+|x|} - \frac{1}{k+1+|x|} \right)$$

разобьем сумму на пары сгруппируем
 рассмотрим $\frac{i}{2}$ -ю пару

$$\frac{1}{i+|x|} - \frac{1}{i+1+|x|} = \frac{i+1+|x| - i+|x|}{(i+|x|)(i+1+|x|)} = \frac{1}{(i+|x|)(i+1+|x|)}$$

$$\text{каждая скобка} > 0 \Rightarrow \sum_{h=1}^{k+1} \frac{(-1)^{h-1}}{h+|x|} > 0 \quad \forall k \in \mathbb{N}$$

$$\text{при } k \rightarrow \infty \quad \sum_{h=1}^{\infty} \frac{(-1)^{h-1}}{h+|x|} > 0$$

$$\text{sgn}(S(x)) = 1$$

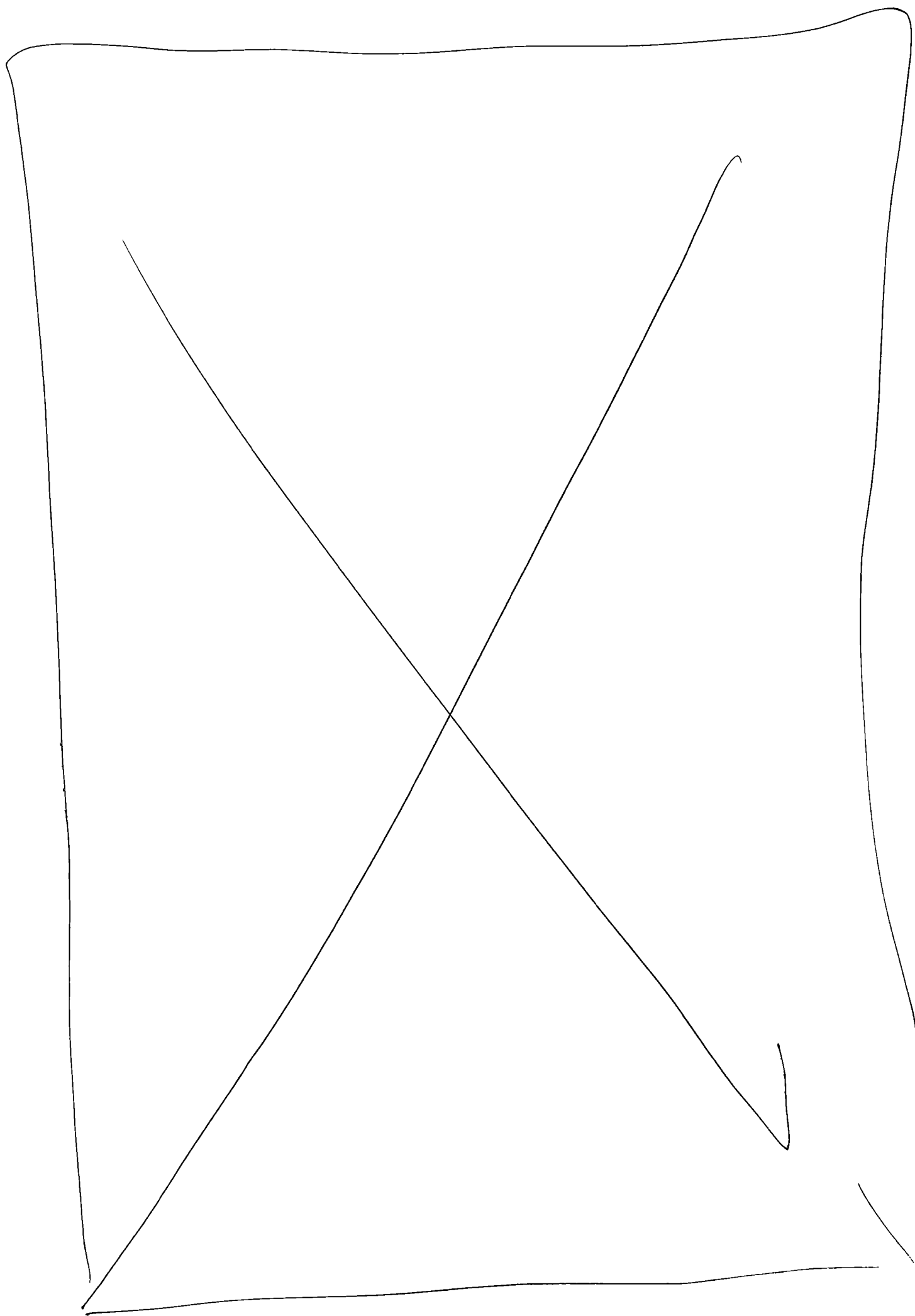
$$\frac{1}{n+|x|} - \frac{1}{n} = \frac{n-n-|x|}{(n+|x|)n} = \frac{-|x|}{(n+|x|)n}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{S(x) - S(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sum_{h=1}^{\infty} \frac{(-1)^{h-1}}{h+|x|} - \sum_{h=1}^{\infty} \frac{(-1)^{h-1}}{h}}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sum_{h=1}^{\infty} (-1)^{h-1} \cdot \left[\frac{1}{h+|x|} - \frac{1}{h} \right]}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sum_{h=1}^{\infty} \left[(-1)^{h-1} \cdot \frac{(-1)^{h-1} |x|}{(h+|x|)h} \right] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sum_{h=1}^{\infty} (-1)^h \frac{|x|}{(h+|x|)h} = \lim_{x \rightarrow 0} \sum_{h=1}^{\infty} (-1)^h \frac{|x|}{x} \frac{1}{(h+|x|)h} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{(-1)^h \text{sgn } x}{(h+|x|)h}$$



ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ЛИСТ N1

Φ -я диффер бо, если $\exists \lim_{x \rightarrow +0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$

и $\exists \lim_{x \rightarrow -0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ и они равны

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{sgn}(x)}{(n+|x|)n} \quad (*)$$

Рассм $(*)$ этот предел при $x \rightarrow +0 \rightarrow \operatorname{sgn}(x) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+|x|)n}$$

$$n=1 \quad \frac{-1}{(1+|x|)1}$$

$$n=2 \quad \frac{1}{(2+|x|)(2)}$$

$$n=3 \quad \frac{-1}{(3+|x|)3}$$

$$n=4 \quad \frac{1}{(4+|x|)4}$$

Знак суммы определяется
знаком 1-го слагаемого

~~Знак не определяется~~

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +0} \frac{(-1)^n}{(n+|x|)n}$$

покажем, что $\forall$ парн l -й и $l+1$ -й
членов, где l -неч их сумма < 0

$$\frac{-1}{(l+|x|)l} + \frac{1}{(l+1+|x|)(l+1)} =$$

$$= \frac{-(l+1+|x|)(l+1) + (l+|x|)l}{(l+|x|)l(l+1+|x|)(l+1)}$$

$$= \frac{-l^2 - l - |x|l - |x| - 1}{(l+|x|)l(l+1+|x|)(l+1)}$$

$$= \frac{-(l+1+|x|)l - 1(l+1) + (l+|x|)l - (l+|x|)}{(l+|x|)l(l+1+|x|)(l+1)}$$

если закончим на четном числе, то дополним
из отрицательной суммы еще вычит число

< 0

Рассм $(*)$ при $x \rightarrow -0 \rightarrow \operatorname{sgn}(x) = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+|x|)n}$$

Знак суммы определяется знаком
1-го слагаемого

$$n=1 \quad \frac{1}{(1+|x|)1}$$

$$n=2 \quad \frac{-1}{(2+|x|)2}$$

$$n=3 \quad \frac{1}{(3+|x|)3}$$

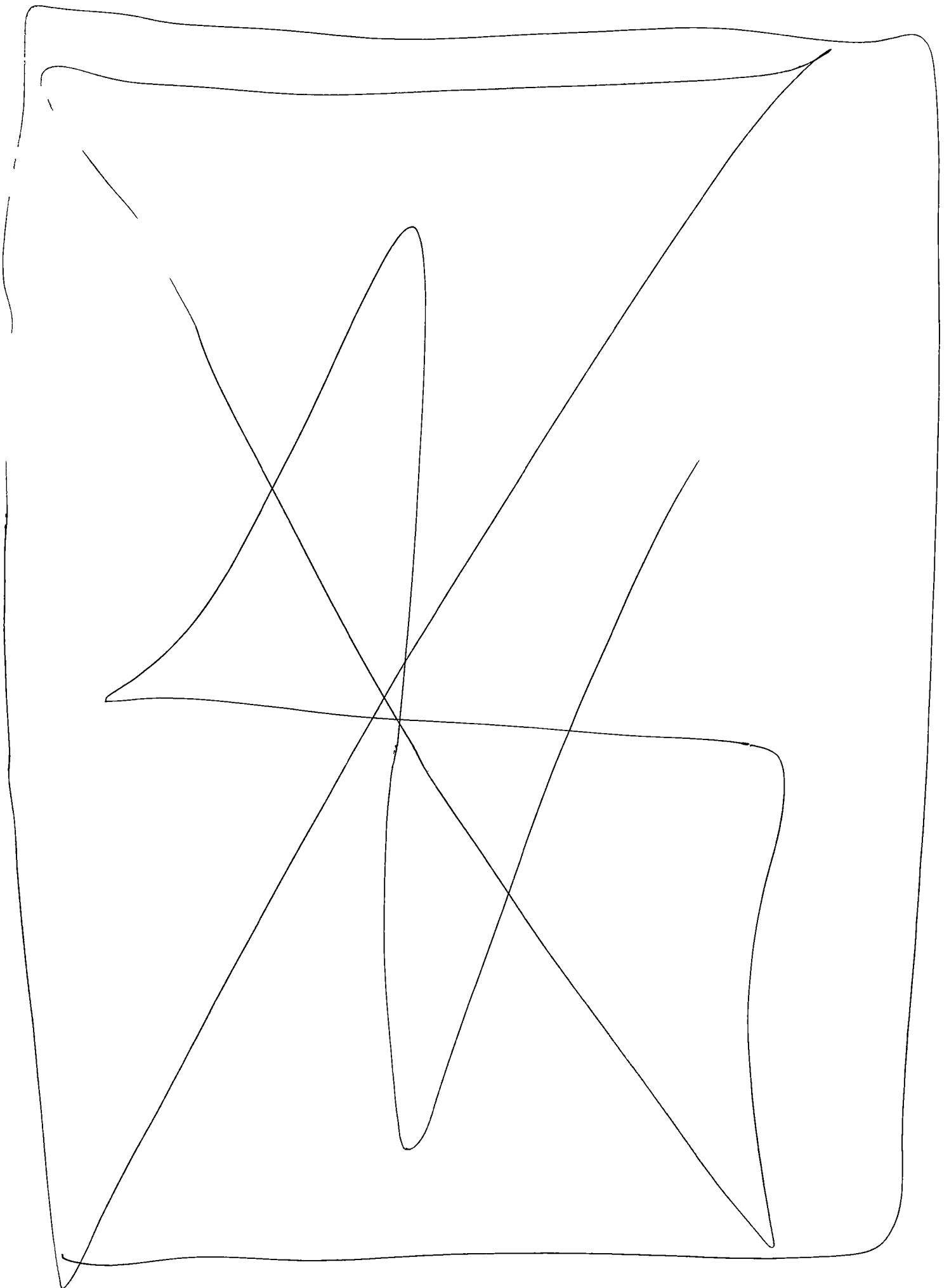
$$n=4 \quad \frac{-1}{(4+|x|)4}$$

покажем, что $\forall$ парн l -й и $l+1$ -й
членов, где l -неч

$$\frac{1}{(l+|x|)l} - \frac{1}{(l+1+|x|)(l+1)} = \frac{(l+1+|x|)l - (l+|x|)(l+1)}{(l+|x|)l(l+1+|x|)(l+1)}$$

$$= \frac{l+1+|x| - l - 1}{(l+|x|)l(l+1+|x|)(l+1)} = \frac{|x|}{(l+|x|)l(l+1+|x|)(l+1)} > 0$$

если закончим на четном, то к положительной
сумме прибавим положительное число



ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ЛИСТ №2

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -0} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{(-1)^{h+1}}{(h+1)x} > 0$$

Получается, что

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{S(x) - S(0)}{x - 0} \leq 0$$

$$\text{и } \lim_{x \rightarrow -0} \frac{S(x) - S(0)}{x - 0} \geq 0$$

Поэтому эти пределы не равны нулю?

$\Rightarrow$ ~~Ф-я~~ $S(x)$ не дифференцируема
в точке 0

~~$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\lambda = -\frac{1}{\frac{1}{2}} \ln \frac{1}{2}$$

$$\lambda = \frac{1}{\frac{1}{2}} \ln 2$$

$$\lambda = 2 \ln 2$$~~

~~$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot \frac{1}{2}}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot \frac{1}{2}$$

$$\lambda = -\frac{1}{\frac{1}{2}} \ln \frac{1}{2}$$

$$\lambda = \frac{1}{\frac{1}{2}} \ln 2$$

$$\lambda = 2 \ln 2$$~~

Ответ:

- 1) для exp-я $x \in \mathbb{R}$
- 2) $\text{sgn}(S(x)) = 1$
- 3) $S(x)$ не дифф в $x=0$

