ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101735525715

Титульный лист

Направление	☐ Естественные науки	☐ Инженерные науки
	☒ Математика и информатика	☐ Социальные и гуманитарные науки
	☐ Экономика и управление	

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия ГУБИНА

Имя МАРГАРИТА

Отчество ДЕНИСОВНА

Дата рождения 08 05 2004

Город участия ВЕРХНЯЯ ПЫШМА

Аудитория 259

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101735525715

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия ВЕРХНЯЯ ПЫШМА

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	15	10								
Балл члена жюри №2	15	10								

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

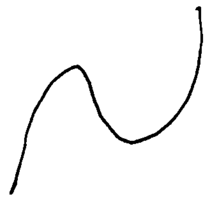
Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

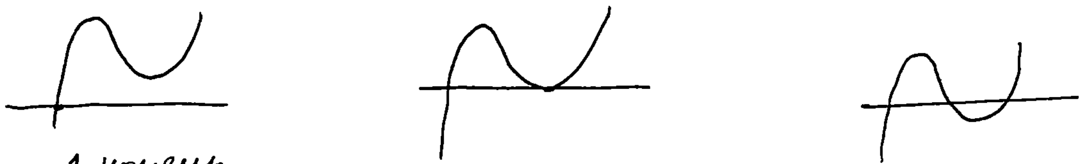
Инвариантная часть

Доказать, что график кубической параболы $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ центрально симметричен относительно некоторой точки плоскости и найти эту точку

Данный график выглядит следующим образом



мы видим 2 экстремума, области, содержащие 1, 2, 3 корня



1 корень 2 корня 3 корня

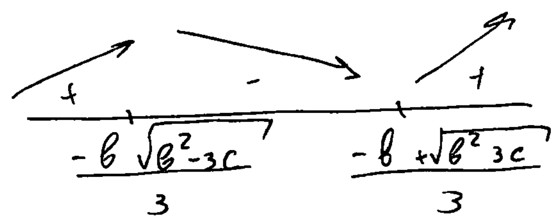
области с 1 и 2 корнями не имеют центральную симметрию, визуально видно, т.к. график сильно будет уходить в одну из сторон будем искать эту точку в области, где 3 корня

Найдем координаты точек экстремумов

$3x^2 + 2bx + c = 0$

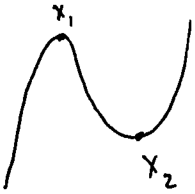
$D = 4b^2 - 4\,3\,c$

$$x = \frac{-2b \pm 2\sqrt{b^2-3c}}{2\;3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-3c}}{3}$$



Видно, что точка симметрии имеет координаты, находящиеся между экстремумами, т.е. интересует центральный кусочек графика далее найдем точку симметрии

1)



$$x_1 - x_0 = x_0 - x_2$$

$$\frac{-b-\sqrt{b^2-3c}}{3} - x_0 = x_0 - \frac{-b+\sqrt{b^2-3c}}{3}$$

$$-(b+\sqrt{b^2-3c}) - 3x_0 = 3x_0 + (b-\sqrt{b^2-3c})$$

$$6x_0 = -(b+\sqrt{b^2-3c}) - (b-\sqrt{b^2-3c})$$

$$6x_0 = -2b$$

$$x_0 = -\frac{2b}{6} = -\frac{b}{3} \quad (+)$$

для нахождения коорд y_0 дост-но подставить x_0 в f

2) $y_1 - y_0 = y_0 - y_2$

$$-\frac{(b+\sqrt{b^2-3c})^3}{3^3} + \frac{b(b+\sqrt{b^2-3c})^2}{3^2} - \frac{c(b+\sqrt{b^2-3c})}{3} - y_0 =$$

$$y_0 - \left(-\frac{(b-\sqrt{b^2-3c})^3}{3^3} + \frac{b(b-\sqrt{b^2-3c})^2}{3^2} - \frac{c(b-\sqrt{b^2-3c})}{3}\right)$$

$$-\frac{(b+\sqrt{b^2-3c})^3+(b-\sqrt{b^2-3c})^3}{3^3} + \frac{b((b+\sqrt{b^2-3c})^2+(b-\sqrt{b^2-3c})^2)}{3^2} - \frac{c((b+\sqrt{b^2-3c})+(b-\sqrt{b^2-3c}))}{3} = 2y_0$$

посчитаем отдельно

$$(b+\sqrt{b^2-3c})^3 + (b-\sqrt{b^2-3c})^3 = b^3 + 3b^2\sqrt{b^2-3c} + 3b(b^2-3c) + (b^2-3c)\sqrt{b^2-3c} +$$

$$+ b^2 - 3b^2\sqrt{b^2-3c} + 3b(b^2-3c) - (b^2-3c)\sqrt{b^2-3c} = 2b^3 + 6b(b^2-3c)$$

получим

$$-\frac{2b^3+6b(b^2-3c)}{3^3} + \frac{b(4b^2-6c)}{3^2} - \frac{2cb}{3} = 2y_0$$

Бланк ответов

$$-\frac{2b^3+6b^3-18bc}{3^3}+\frac{4b^3-6bc}{3^2}-\frac{2cb}{3}=2y_0$$

$$-2b^3-6b^3+18bc+12b^3-18bc-18cb=27\cdot 2y_0$$

$$6b^3-18cb=27\cdot 2y_0$$

$$b^3-3cb=9y_0$$

$$y_0=\frac{b(b^2-3c)}{9}$$ –

не описано строго почему

(x_0,y_0) центр симм-ка

Ответ: график симметричен относительно $\left(-\frac{b}{3},\ \frac{b(b^2 3c)}{9}\right)$

15 баллов

Блок 2 (Математический анализ)

известно, что $\sum_{k=1}^{\infty} x_k < +\infty$ (сходится)

заметим, что $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{2^k}{2^n}<\frac{1}{2}$, т.е ограничен, +

не ясно о каком теореме речь?

Тогда по теореме Даламбера, ряд $\frac{1}{2^n}\sum_{k=1}^{n-1}2^k x_k < +\infty$ (сходится)

это не ряд

тогда, чтобы было верно $\lim_{n\to\infty}\frac{n^{\lambda}}{2^n}\sum_{n=1}^{n-1}2^k x_k=0$, λ должно быть $\lambda<0$

что противоречит условию

Тогда покажем, что сходится и меньший ряд

Покажем, что $\frac{n^{\lambda}}{2^n}\xrightarrow[n\to\infty]{}0$, а $\sum_{k=1}^{n-1}2^k x_k$ – сходится преобразуем

$$\frac{n^2}{2^n} = \frac{e^{2\ln n}}{e^{n\ln 2}} = e^{2\ln n - n\ln 2 \to -\infty} \underset{n\to\infty}{\to} 0 \quad +$$

поскольку $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ невозрастающая последовательность неположительных чисел, то по теореме Абеля
снова не ясно о какой теореме речь

ряд $\sum_{k=1}^{n-1} 2^k x_k$ сходится

тогда $\lim_{n\to\infty} \underbrace{\frac{n^2}{2^n}}_{\to 0} \underbrace{\sum_{k=1}^{n-1} 2^k x_k}_{const} = 0$ ← это не так $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=}^{n} 2^k x_k = \infty$

что верно при любом α

Ответ: любое α –

Итого 10 из 20

Бланк ответов