ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101440857180

Титульный лист

Направление
- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок: [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс: [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Фамилия: КОПЫРКИН

Имя: АРТЁМ

Отчество: ПАВЛОВИЧ

Дата рождения: 05 12 2004

Город участия: ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория: Д3

Дата: 02 02 2026

Подпись

Пример заполнения: А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101440857180

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] Естественные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Экономика и управление
- [ ] Инженерные науки
- [ ] Социальные и гуманитарные науки

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	40								
Балл члена жюри №2	50	40								

Итоговый балл 90

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Инвариантная часть

№1 $y = x^3 + bx^2 + cx + d$

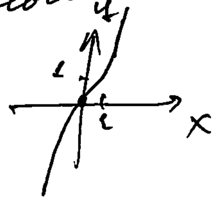
Д-ть, что центрально симметричен относительно некоторой точки плоскости

$\cancel{f(x)}$

↑ точка симметрии

Рассмотрим частный случай $b = c = d = 0$ ок

$y = x^3$

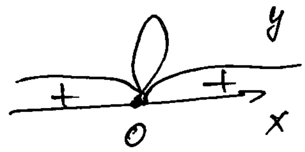


$y(-1) = (-1)^3 = -1$ тут все ок

$y(1) = (1)^3 = 1$

$y' \quad x_{1,2} = \frac{0 \pm 0}{4}$

$y' = 2x^2 \qquad 2x^2 = 0$



x_0 для параболы ~~когда~~ $-\frac{b}{2a} = 0$, видим, что центральная симметрия есть

Теперь вернемся к нашему случаю

$y = x^3 + bx^2 + cx + d$

$y' = 3x^2 + 2bx + c$

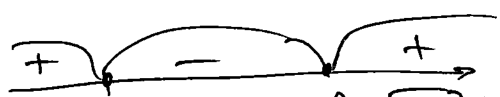
$D \quad 4b^2 - 12c \Rightarrow 2\sqrt{b^2 - 3c}$

$x_{1,2} = \frac{-2b \pm 2\sqrt{b^2-3c}}{6} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-3c}}{3}$

$x_0 = \frac{-2b}{6} = -\frac{b}{3}$

значение x в вершине параболы

При $b^2 \geq 3c$



$\frac{-b-\sqrt{b^2-3c}}{3} \qquad \frac{-b+\sqrt{b^2-3c}}{3}$

Подставим $\left(-\frac{b}{3} + \Delta\right)$ и $\left(-\frac{b}{3} - \Delta\right)$

$y\left(-\frac{b}{3} + \Delta\right) = \left(-\frac{b}{3} + \Delta\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3} + \Delta\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3} + \Delta\right) + d$

$y\left(-\frac{b}{3} - \Delta\right) = \left(-\frac{b}{3} - \Delta\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3} - \Delta\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3} - \Delta\right) + d$

~~минус~~

Раскроем:

$$y\left(-\frac{b}{3}+\Delta\right)=\left(-\frac{b^3}{27}+\frac{3b^2\Delta}{9}-\frac{3b\Delta^2}{9}+\Delta^3\right)+b\left(\frac{b^2}{9}-\frac{2b\Delta}{3}+\Delta^2\right)$$

здесь „—"

$$+c\left(-\frac{b}{3}+\Delta\right)+d$$

$$y\left(-\frac{b}{3}-\Delta\right)=\left(-\frac{b^3}{27}+\left(-\frac{3b^2\Delta}{9}\right)-\frac{3b\Delta^2}{9}+(-\Delta^3)\right)+b\left(\frac{b^2}{9}+\frac{2b\Delta}{3}+\Delta^2\right)$$

$$+c\left(-\frac{b}{3}-\Delta\right)+d$$

Можем заметить, что у нас есть общая часть

$$M=-\frac{b^3}{27}-\frac{3b\Delta^2}{9}+\frac{b^3}{9}-\frac{bc}{3}+d \quad \checkmark$$

и $g(\Delta)=\pm\left|\frac{3b^2\Delta}{9}\right|\pm\left|\Delta^3\right|\pm\left|\frac{2b\Delta}{3}\right|\pm|c\Delta|$

тут знаками ~~зависит~~ показываю, что при $+\Delta$, все со знаком „+" члены, при $-\Delta$ – все со знаком „−"

Более корректно $g(\Delta)=\frac{3b^2\Delta}{9}+\Delta^3+\frac{2b\Delta}{3}+c\Delta$

то есть видим что получается симметрия

$$M+g(\Delta)$$
$$M-g(\Delta)$$

M у нас всегда будет в точке x_0, поэтому видим, что выполняется условие центр симметричности за счет $g(x)$

$$(x_0+\Delta,\ M+g(\Delta))$$
$$(x_0-\Delta,\ M-g(\Delta))$$

#чтд ✓

Ответ?

на 50б

Теперь посчитаем значение y при $x_0=-\frac{b}{3}$

$$y_0=-\frac{b^3}{27}+\frac{b^3}{9}-\frac{bc}{3}+d=\frac{2b^3}{27}-\frac{bc}{3}+d$$

Бланк ответов

~~Вариантная~~ Вариативная часть

Блок 1 Алгебра

Пусть $a = 7\,10^n + 1$ и $b = 6\,10^n + 1$

При каких натуральных n верно неравенство

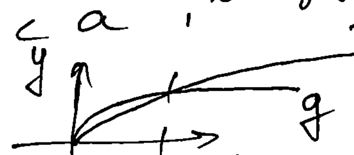
$728^a > 2188^b$

Решение

$a = 7\,10^n + 1$ и $b - 6\,10^n + 1$ ~~на~~ монотонно возраст функции, при чем $a > b$ $\forall n \in (1, +\infty)$, ~~рдз~~ $\wedge\ n \in \mathbb{N}$

Теперь нужно сравнить показательные функции $f = 728^a$ и $g = 2188^b$

Показательные монотонно возрастающие, но в заданных n, степенная функция $b < a$



либо

Поэтому ~~может~~ будет быть ситуация

может быть n

По этому наш ответ ~~будет~~ формата, что при $n \in [A, +\infty) \wedge n \in \mathbb{N}$

применю оценку через логарифмы

$a \ln 728 > b \ln 2188$

посмотрим $3^k = \{\overset{0}{1}, \overset{1}{3}, \overset{2}{9}, \overset{3}{27}, \overset{4}{81}, \overset{5}{243}, \overset{6}{729}, \overset{7}{2187}\}$ в качестве приближения или даже, не ln, а $\log_3$, получим? почему приближение можно использовать для получения этого строгого неравенства?

$(7\,10^n+1)\,6 > (6\,10^n+1)\,7$

начнем перебирать n

при $n=1$, $71 \cdot 6 > 61 \cdot 7 \Rightarrow 426 > 427$ - не верно

при $n=2$ $701 \cdot 6 > 601 \cdot 7 \Rightarrow 4206 > 4207$

Если упростить, то видно, что при таком приближении никогда не будет выполняться равенство, поэтому

$$(7\cdot 10^4+1)\log_3 \overset{5}{\overset{\wedge}{\underset{\underset{6}{\wedge}}{728}}} > (6\cdot 10^4+1)\log_3 \overset{7}{\overset{\wedge}{\underset{\underset{8}{\wedge}}{2188}}}$$

$$(7\cdot 10^4+1)\,(6-\Delta) > (6\cdot 10^4+1)\,(7+\Delta)$$

$$\cancel{7\cdot 6\cdot 10^4} + 6 - \Delta(7\cdot 10^4+1) > \cancel{7\cdot 6\cdot 10^4} + 7 + (6\cdot 10^4+1)\Delta$$

$$-1 > \Delta(2+10^4\cdot 42)$$

$$\Delta < -\frac{1}{2+10^4\cdot 42}$$

Видно, что $\Delta < 0$

значит ~~на~~ ~~из оценок~~ противоречие с оценкой — ответ ни при каких

Эти выкладки при получении противоречия предполагают что Δ в левой и правой части одно и то же но это не так но дорабатывается заменой одного на Δ_1 другого на Δ_2

~~В целом рассуждения на основе приближенного равенства которое при замене их на не~~

1.