ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101457863044

Титульный лист

Направление

- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [ ] 1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Фамилия БЕЛЯЕВ

Имя НИКОЛАИ

Отчество МИХАИЛОВИЧ

Дата рождения 19 12 2003

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Д3

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101457863044

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	0								
Балл члена жюри №2	50	0								

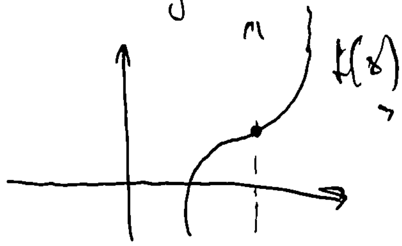
Итоговый балл 50

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

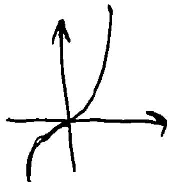
$y = x^3 + bx^2 + cx + d$



$\to$ - симметрия отн () $M(x_0\ y_0)$

1) Пусть исходная ф-я $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$

Запишем $g(x) = f(x) - d - cx - bx^2$ Тогда $g(x) = x^3$



ф-я симм-а отн () $(0,0)$

2) Параметр d отвечает за начальное положение по оси y при $x=0$ $\Rightarrow f(0) = d$

3) $bx^2 + cx$ отвечает за параболическое смещение ф-ии

4) $g(x)$ - сим-а отн $(0,0) \Leftrightarrow g(x) = -g(x)$, $f(x)$ - смещена по d и bx^2+cx Найдем это смещение Найдем () перегиба функции, посчитаем 2ю производную (т.к. куб парабола x^3 имеет перегиб в $(0\ 0)$ и эта () явл симметрии)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 + 2bx + c$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x + 2b = 0 \Rightarrow x = \frac{-2b}{6} = -\frac{b}{3} \text{ - () перегиба}$$

Подставим $f(x_{пер}) = -\frac{b^3}{27} + \frac{b^3}{9} - \frac{bc}{3} + d = \frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d$

$\Rightarrow$ Смещение идет в () $\left(-\frac{b}{3}, \frac{b^3}{18}\ \frac{bc}{3} + d\right) = O_c$ (+)

Теперь докажем, что $f(x)$ - сим-а отн этой точки O_c ~~Для этого необходимо, чтобы $f(x_н)$ была неч-ой~~

~~$f(x) =$~~ $f\left(-\frac{b}{3} + x\right) = -f\left(-\frac{b}{3} - x\right)$ ~~Проверим~~

$f\left(-\frac{b}{3} + x\right) = \left(x - \frac{b}{3}\right)^3 + b\left(x - \frac{b}{3}\right)^2 + c\left(x - \frac{b}{3}\right) + d$

$-f\left(-\frac{b}{3} - x\right) = -\left(-x - \frac{b}{3}\right)^3 - b\left(-x - \frac{b}{3}\right)^2 - c\left(-x - \frac{b}{3}\right) - d$

Пусть $h(x) = f\left(-\frac{b}{3} + x\right) - \frac{b^3}{18} + \frac{bc}{3} - d$, если смещенная в начало ф-я $h(x)$ - неч тогда $f(x)$ будет сим отн $O_c \Rightarrow$ проверим, что

$-h(x) = h(-x)$ Подставим

$h(x) = f\left(-\frac{b}{3} + x\right) - \frac{b^3}{18} + \frac{bc}{3} - d = x^3 + \frac{1}{3}xb^2 + \frac{2b^3}{27} + cx - \frac{cb}{3} + d - \frac{2b^3}{18 \cdot 27} + \frac{bc}{3} - d = \frac{1}{3}xb^2 + \frac{b^3}{54} + cx + x^3$

$h(-x) = f\left(-\frac{b}{3} - x\right) - \frac{b^3}{18} + \frac{bc}{3} - d = \frac{xb^2}{3} + \frac{2b^3}{27} - cx - \frac{bc}{3} + d - \frac{b^3}{18} + \frac{bc}{3} - d = \frac{1}{3}xb^2 + \frac{b^3}{54} - cx - x^3$

Подставим

$$h(x) = x^3 - \frac{1}{3}xb^2 + \frac{2b^3}{27} + cx - \frac{bc}{3} + d - \frac{2b^3}{27} + \frac{bc}{3} - d = x^3 - \frac{1}{3}xb^2 + cx$$

$$h(-x) = -x^3 + \frac{1}{3}xb^2 + \cancel{\frac{2b^3}{27}} - cx - \cancel{\frac{bc}{3}} + \cancel{d} - \cancel{\frac{2b^3}{27}} + \cancel{\frac{bc}{3}} - d = -x^3 + \frac{1}{3}xb^2 - cx$$

$\Rightarrow h(x) = -h(-x) \Rightarrow$ иск ф-я $f(x)$ – сим отн $\left(-\frac{b}{3}, \frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d\right)$ $\square$

(подсчеты велись в черновике см черн 1)

$$h(x) = \cancel{f\left(x - \frac{b}{3}\right)} - y_0 = f(x_0 + x) - y_0 = f\left(-\frac{b}{3} + x\right) - \frac{2b^3}{27} + \frac{bc}{3} - d =$$

$$= \Big[f\left(-\frac{b}{3} + x\right) = \left(x - \frac{b}{3}\right)^3 + b\left(x - \frac{b}{3}\right)^2 + c\left(x - \frac{b}{3}\right) + d = x^3 - \frac{3x^2b}{3} + \frac{3xb^2}{9} - \frac{b^3}{27} + b\left(x^2 - 2x\frac{b}{3} + \frac{b^2}{9}\right) +$$

$$c\left(x - \frac{b}{3}\right) + d = x^3 - \cancel{x^2b} + \frac{b^2x}{3} - \frac{b^3}{27} + \cancel{bx^2} - \frac{2xb^2}{3} + \frac{b^3}{9} + cx - \frac{cb}{3} + d = x^3 - \frac{1}{3}xb^2 + \frac{2b^3}{27} + cx - \frac{cb}{3} + d \Big]$$

$$= x^3 - \frac{1}{3}xb^2 + \cancel{\frac{2b^3}{27}} + cx - \cancel{\frac{cb}{3}} + \cancel{d} - \cancel{\frac{2b^3}{27}} + \cancel{\frac{bc}{3}} - \cancel{d} = \underline{\underline{x^3 - \frac{1}{3}xb^2 + cx}} \ \oplus$$

$$h(-x) = f(x_0 - x) + y_0 = f\left(-\frac{b}{3} - x\right) - \frac{2b^3}{27} + \frac{bc}{3} - d = \Big[f\left(-\frac{b}{3} - x\right) = \left(-\frac{b}{3} - x\right)^3 + b\left(-x - \frac{b}{3}\right)^2 +$$

$$+ c\left(-x - \frac{b}{3}\right) + d = -x^3 - \cancel{x^2b} - \frac{xb^2}{3} - \frac{b^3}{27} + \cancel{x^2b} + \frac{2b^2x}{3} + \frac{b^3}{9} - cx - \frac{bc}{3} + d = -x^3 + \frac{b^2x}{3} + \frac{2b^3}{27} - cx - \frac{bc}{3}$$

$$+ d \Big] = -x^3 + \frac{b^2x}{3} + \cancel{\frac{2b^3}{27}} - cx - \cancel{\frac{bc}{3}} - \cancel{\frac{2b^3}{27}} + \cancel{\frac{bc}{3}} - \cancel{d} + \cancel{d} = \underline{\underline{-x^3 + \frac{b^2x}{3} - cx}} \ \oplus$$

50 80

Бланк ответов

Бланк ответов